

6.002

CIRCUITOS y ELECTRÓNICA

Método de análisis de circuitos básicos
(método de KVL y KCL)

Repaso

Disciplina de materia concentrada LMD:
Las restricciones que nos autoimponemos para
simplificar nuestro análisis

$$\frac{\partial \phi_B}{\partial t} = 0 \quad \text{elementos externos}$$

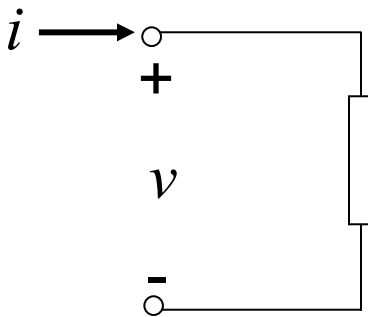
$$\frac{\partial q}{\partial t} = 0 \quad \text{elementos internos}$$

```
graph TD; A[elementos internos] --> B[cables]; A --> C[resistencias]; A --> D[fuentes];
```

nos permite crear la abstracción de circuito de
constantes localizadas

Repaso

LMD nos permite crear la abstracción de circuito de constantes localizadas



Elemento de circuito de constantes localizadas

potencia consumida por el elemento = vi

Repaso

Las ecuaciones de Maxwell se simplifican en la KVL y la KCL algebraicas bajo LMD

KVL (Ley de tensiones de Kirchoff):

$$\sum_j v_j = 0$$

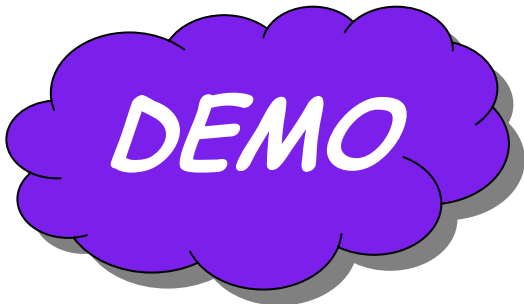
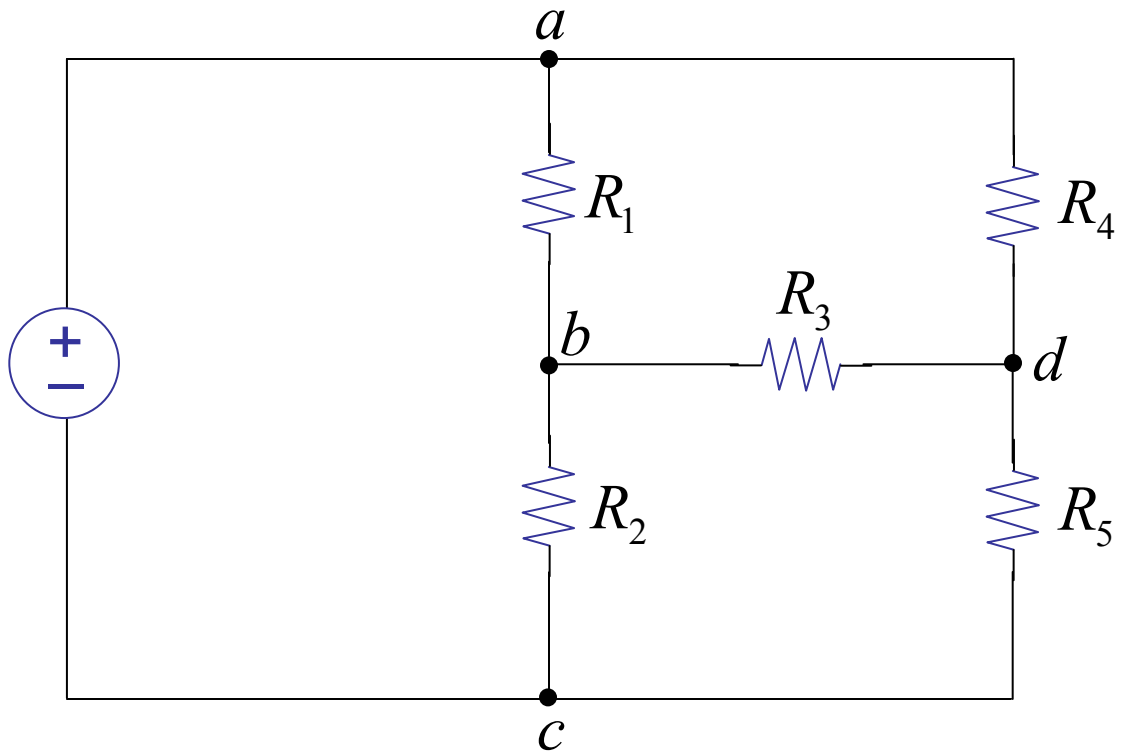
bucle

KCL (Ley de corrientes de Kirchoff):

$$\sum_j i_j = 0$$

nodo

Repaso



$$v_{ca} + v_{ab} + v_{bc} = 0 \quad \text{KVL}$$

$$i_{ca} + i_{da} + i_{ba} = 0 \quad \text{KCL}$$

Método 1: método básico de la KVL, KCL de análisis de circuito

Objetivo: halle todas las v e i del elemento

- 1- escriba las relaciones del elemento $v-i$
(a partir de la abstracción de circuito de constantes localizadas)**
- 2- escriba la KCL para todos los nodos**
- 3- escriba la KVL para todos los bucles**

**muchas incógnitas
muchas ecuaciones
muchoa diversión
resuelva**

Método 1: método básico de la KVL, KCL de análisis de circuito

Relaciones del elemento

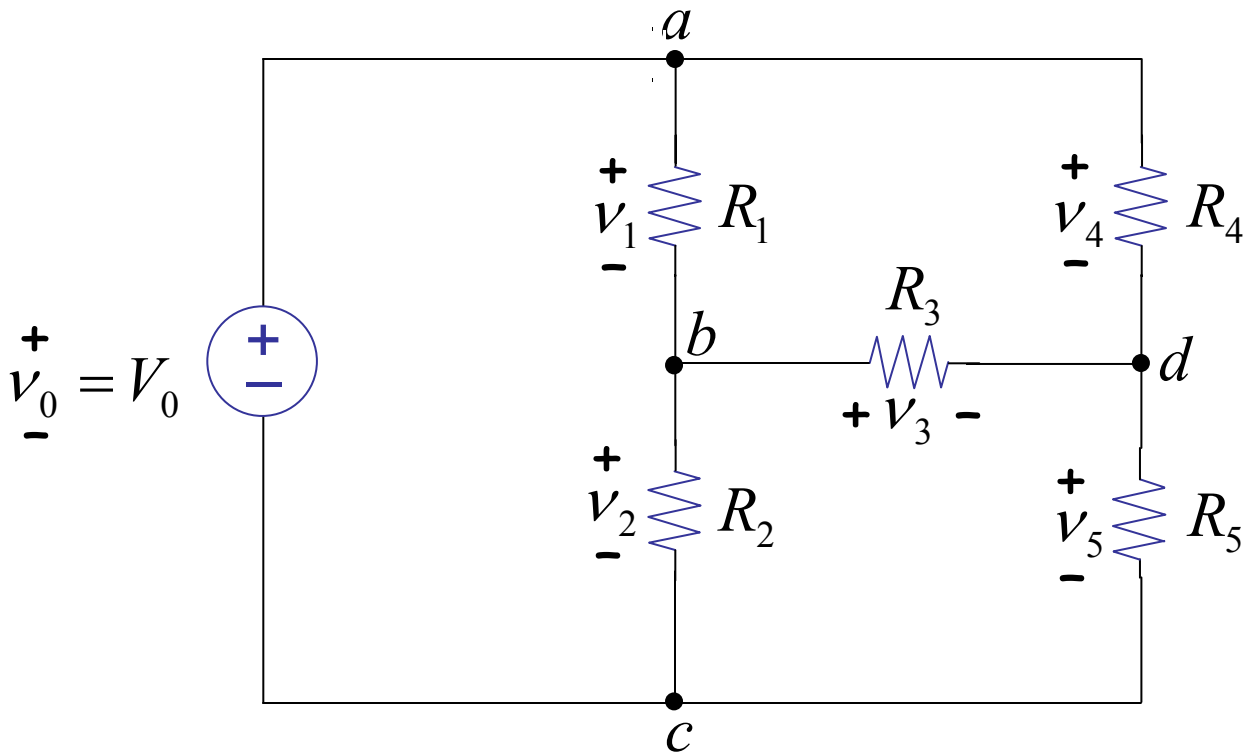
Para R , $V = IR$ 

Para la fuente de tensión, $V = V_0$ 
 V_0

Para la fuente de corriente, $I = I_0$ 
 I_0

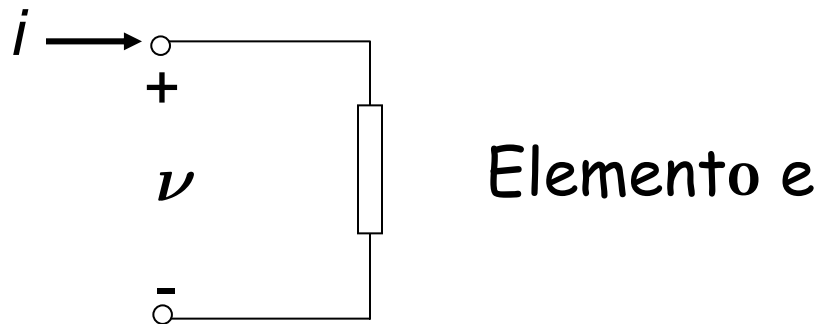
3 elementos de circuito de constantes localizadas

Ejemplo de la KVL y la KCL



El circuito de demostración

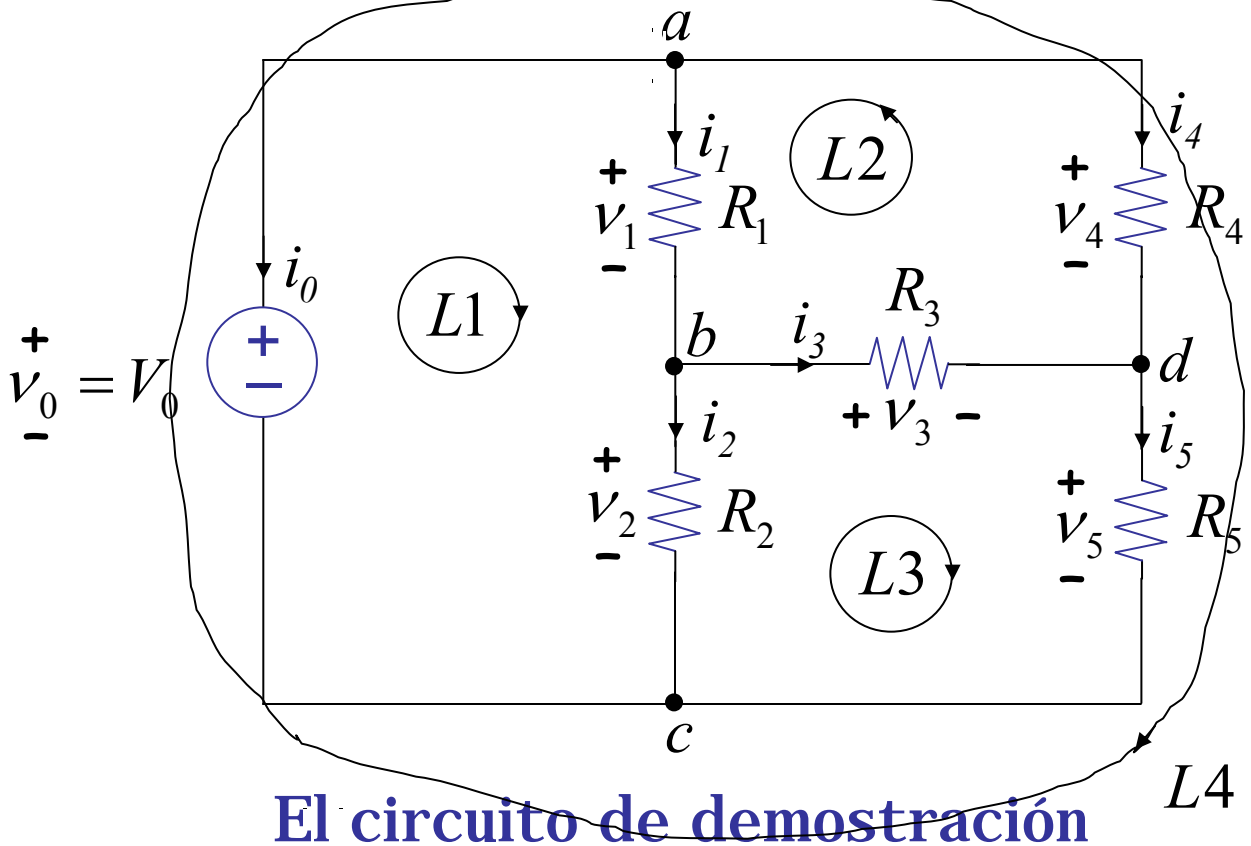
Disciplina de variables asociadas



La corriente es positiva y entra en la terminal de tensión positiva

Luego la potencia consumida por el elemento e } $= vi$ es positiva

Ejemplo de la KVL y la KCL



Analizar

$$V_0 \dots V_5, i_0 \dots i_5$$

12 incógnitas

1. Relaciones del elemento (v, i)

$$v_0 = V_0 \leftarrow \text{dado} \quad v_3 = i_3 R_3$$

$$v_1 = i_1 R_1 \quad v_4 = i_4 R_4$$

$$v_2 = i_2 R_2 \quad v_5 = i_5 R_5$$

6 ecuaciones

2. KCL en los nodos

$$a: \quad i_0 + i_1 + i_4 = 0$$

$$b: \quad i_2 + i_3 - i_1 = 0$$

$$d: \quad i_5 - i_3 - i_4 = 0$$

$$e: \quad -i_0 - i_2 - i_5 = 0 \text{ redundante}$$

3 ecuaciones
independientes

3. KVL para los bucles

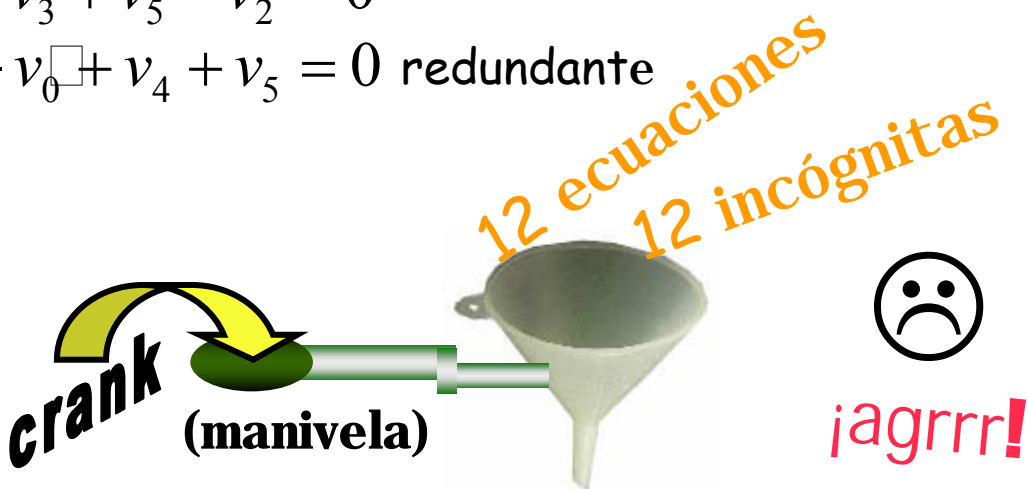
$$L1: \quad -v_0 + v_1 + v_2 = 0$$

$$L2: \quad v_1 + v_3 - v_4 = 0$$

$$L3: \quad v_3 + v_5 - v_2 = 0$$

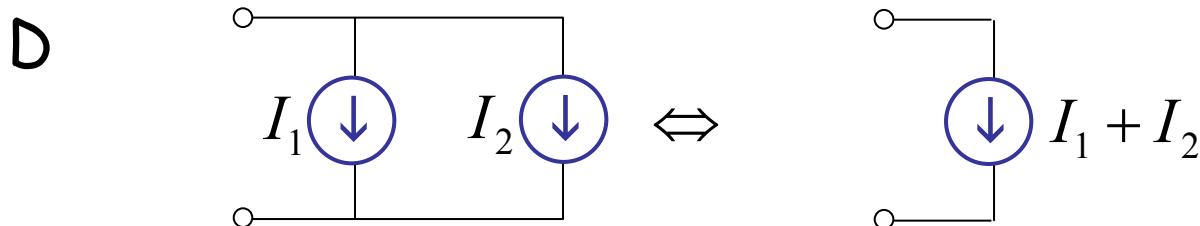
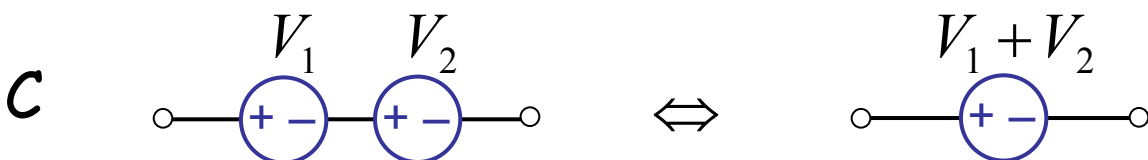
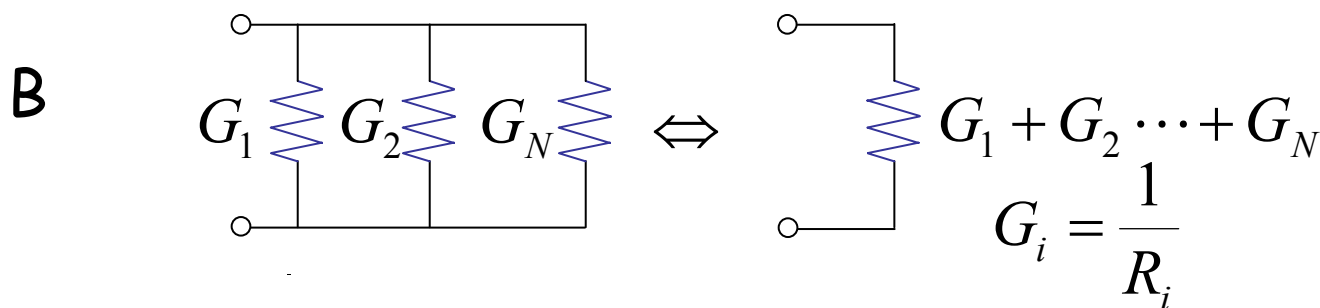
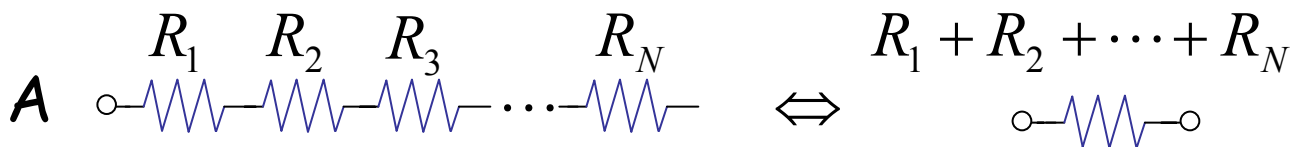
$$L4: \quad -v_0 + v_4 + v_5 = 0 \text{ redundante}$$

3 ecuaciones
independientes



Otros métodos de análisis

Método 2: aplique las reglas de combinación del elemento

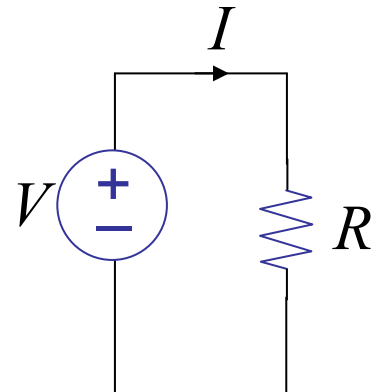
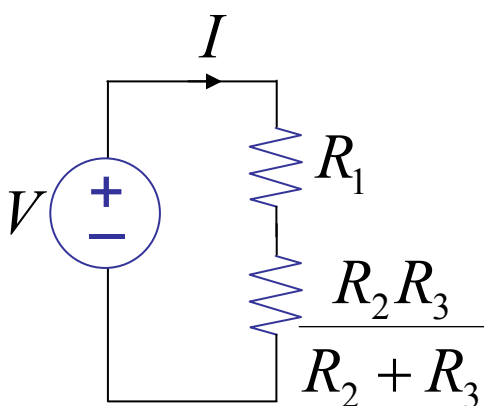
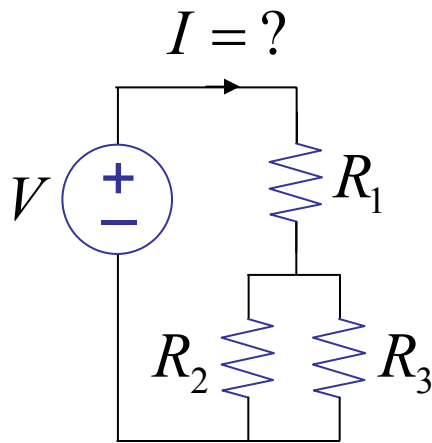


Sorprendentemente, estas reglas (junto con la superposición, que veremos más adelante) pueden resolver el circuito de la página 8.

Otros métodos de análisis

Método 2: aplique las reglas de combinación del elemento

Ejemplo



$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

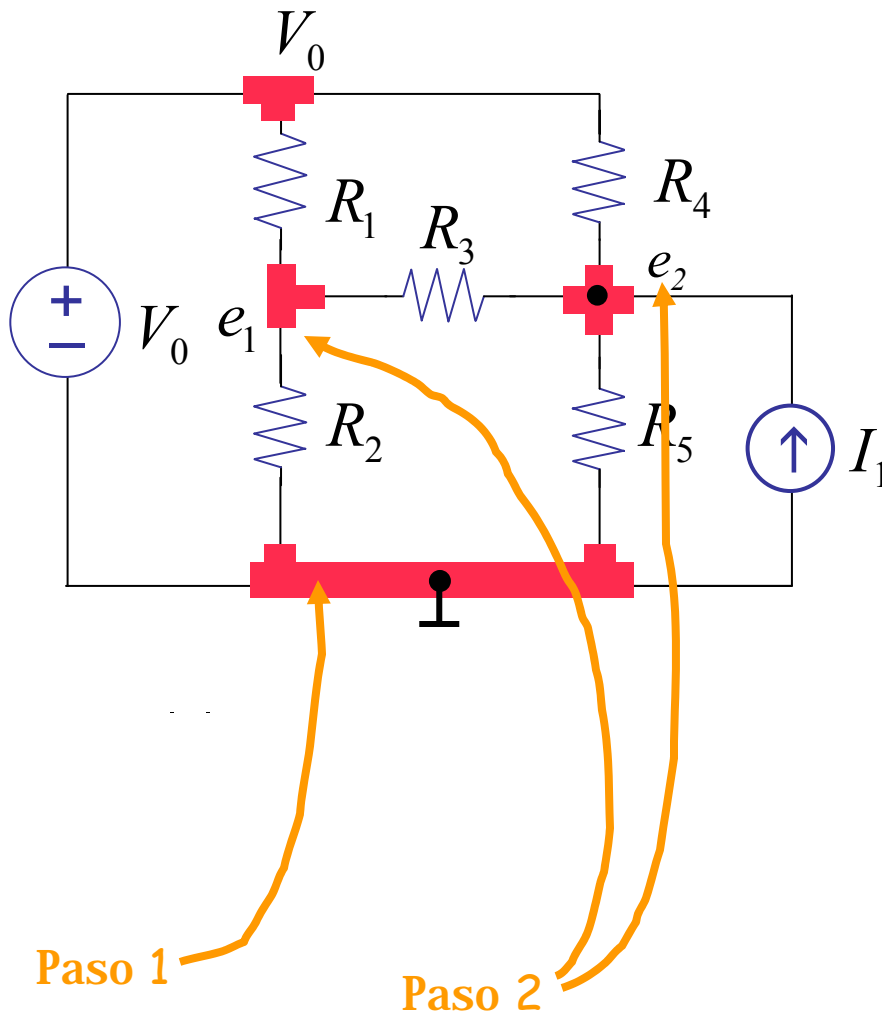
$$I = \frac{V}{R}$$

Método 3: análisis de nodos

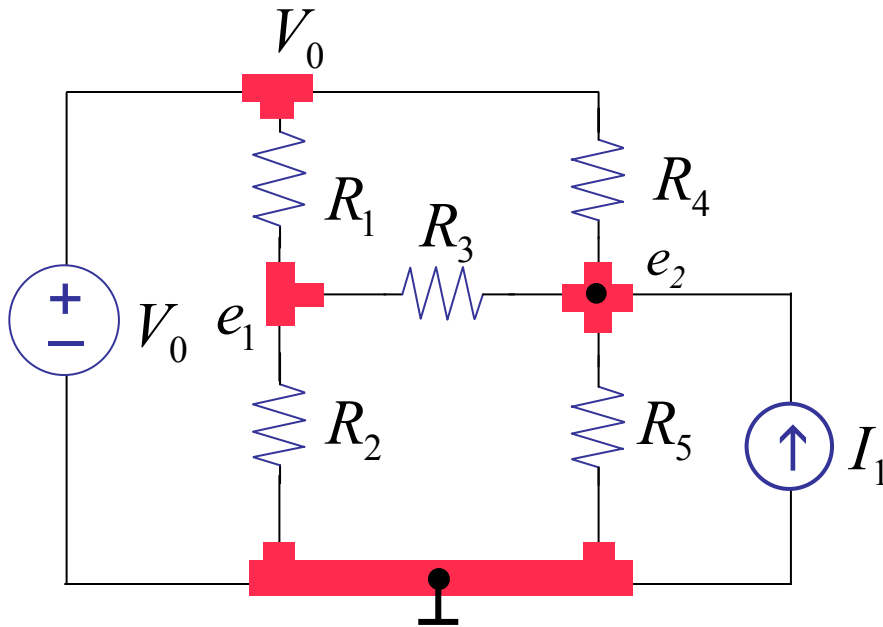
Aplicación específica del método de la KVL, KCL

- 1. Seleccione un nodo de referencia (\perp toma de tierra) a partir del cual se miden las tensiones.**
- 2. Etiquete las tensiones de los restantes nodos con respecto a la toma de tierra. Estas son las incógnitas primarias.**
- 3. Escriba la KCL para todos los nodos, excepto para el de toma de tierra, sustituyendo las leyes de dispositivos y la KVL.**
- 4. Resuelva para las tensiones de los nodos.**
- 5. Resuelva de nuevo para las tensiones y corrientes secundarias (es decir, las incógnitas secundarias).**

Ejemplo: los fieles de siempre más la fuente de corriente



Ejemplo: los fieles de siempre más la fuente de corriente



para mayor
comodidad,
escriba

$$G_i = \frac{1}{R_i}$$

KCL en e_1

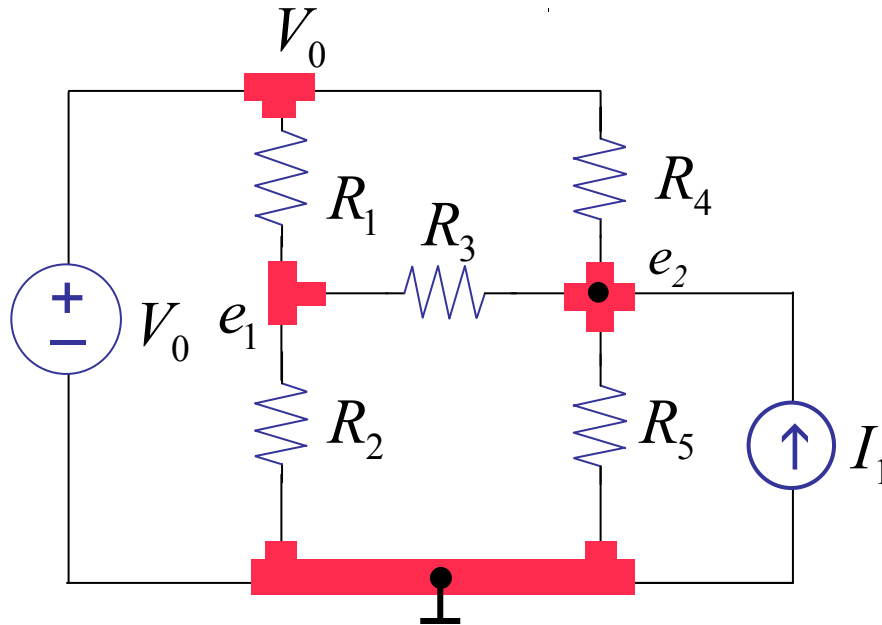
$$(e_1 - V_0)G_1 + (e_1 - e_2)G_3 + (e_1)G_2 = 0$$

KCL en e_2

$$(e_2 - e_1)G_3 + (e_2 - V_0)G_4 + (e_2)G_5 - I_1 = 0$$

Paso 3

Ejemplo: los fieles de siempre más la fuente de corriente



$$G_i = \frac{1}{R_i}$$

KCL en e_1

$$(e_1 - V_0)G_1 + (e_1 - e_2)G_3 + (e_1)G_2 = 0$$

KCL en e_2

$$(e_2 - e_1)G_3 + (e_2 - V_0)G_4 + (e_2)G_5 - I_1 = 0$$

Mover los términos constantes a la parte derecha y reunir las incógnitas

$$e_1(G_1 + G_2 + G_3) + e_2(-G_3) = V_0(G_1)$$

$$e_1(-G_3) + e_2(G_3 + G_4 + G_5) = V_0(G_4) + I_1$$

2 ecuaciones, 2 incógnitas → Resolver para las e
(compare las unidades)

Paso 4

En forma matricial:

$$\left[\begin{array}{c|c} G_1 + G_2 + G_3 & -G_3 \\ \hline -G_3 & G_3 + G_4 + G_5 \end{array} \right] \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 V_0 \\ G_4 V_0 + I_1 \end{bmatrix}$$

matriz de conductividad tensiones desconocidas del nodo fuentes

Resuelva:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \frac{\left[\begin{array}{c|c} G_3 + G_4 + G_5 & G_3 \\ \hline G_3 & G_1 + G_2 + G_3 \end{array} \right] \begin{bmatrix} G_1 V_0 \\ G_4 V_0 + I_1 \end{bmatrix}}{(G_1 + G_2 + G_3)(G_3 + G_4 + G_5) - G_3^2}$$
$$e_1 = \frac{(G_3 + G_4 + G_5)(G_1 V_0) + (G_3)(G_4 V_0 + I_1)}{G_1 G_3 + G_1 G_4 + G_1 G_5 + G_2 G_3 + G_2 G_4 + G_2 G_5 + G_3^2 + G_3 G_4 + G_3 G_5}$$
$$e_2 = \frac{(G_3)(G_1 V_0) + (G_1 + G_2 + G_3)(G_4 V_0 + I_1)}{G_1 G_3 + G_1 G_4 + G_1 G_5 + G_2 G_3 + G_2 G_4 + G_2 G_5 + G_3^2 + G_3 G_4 + G_3 G_5}$$

(el mismo denominador)

Observe: lineal en V_0 , I_1 , no hay negativos en el denominador

Resuelva, dado:

$$\left. \begin{matrix} G_1 \\ G_5 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{8.2K} \quad \left. \begin{matrix} G_2 \\ G_4 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{3.9K} \quad G_3 = \frac{1}{1.5K}$$

$$I_1 = 0$$

$$e_2 = \frac{G_3 G_1 V_0 + (G_1 + G_2 + G_3)(G_4 V_0 + I_1)}{(G_1 + G_2 + G_3) + (G_3 + G_4 + G_5) - G_3^2}$$

$$G_1 + G_2 + G_3 = \frac{1}{8.2} + \frac{1}{3.9} + \frac{1}{1.5} = 1$$

$$G_3 + G_4 + G_5 = \frac{1}{1.5} + \frac{1}{3.9} + \frac{1}{8.2} = 1$$

$$e_2 = \frac{\frac{1}{8.2} \times \frac{1}{1.5} + 1 \times \frac{1}{3.9}}{1 - \frac{1}{1.5^2}} V_0$$

$$e_2 = 0.6V_0$$

$$\text{Si } V_0 = 3V, \text{ entonces } e_2 = 1.8V_0$$

*Compruebe la
DEMO*