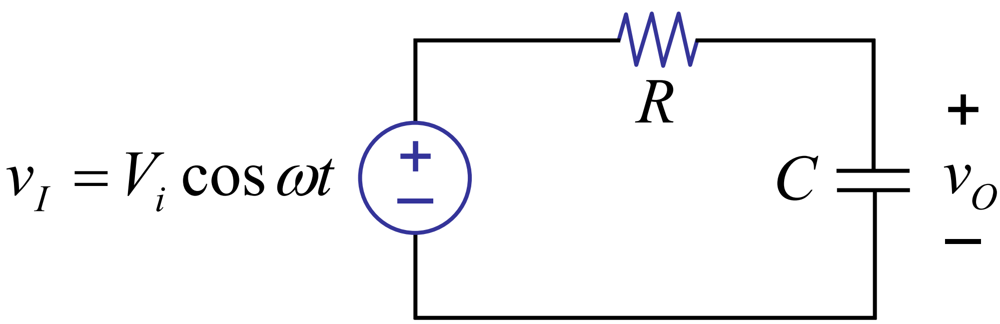
El modelo de impedancia

Repaso

- Estado estacionario sinusoidal (SSS)
  Lecturas 14.1 y 14.2



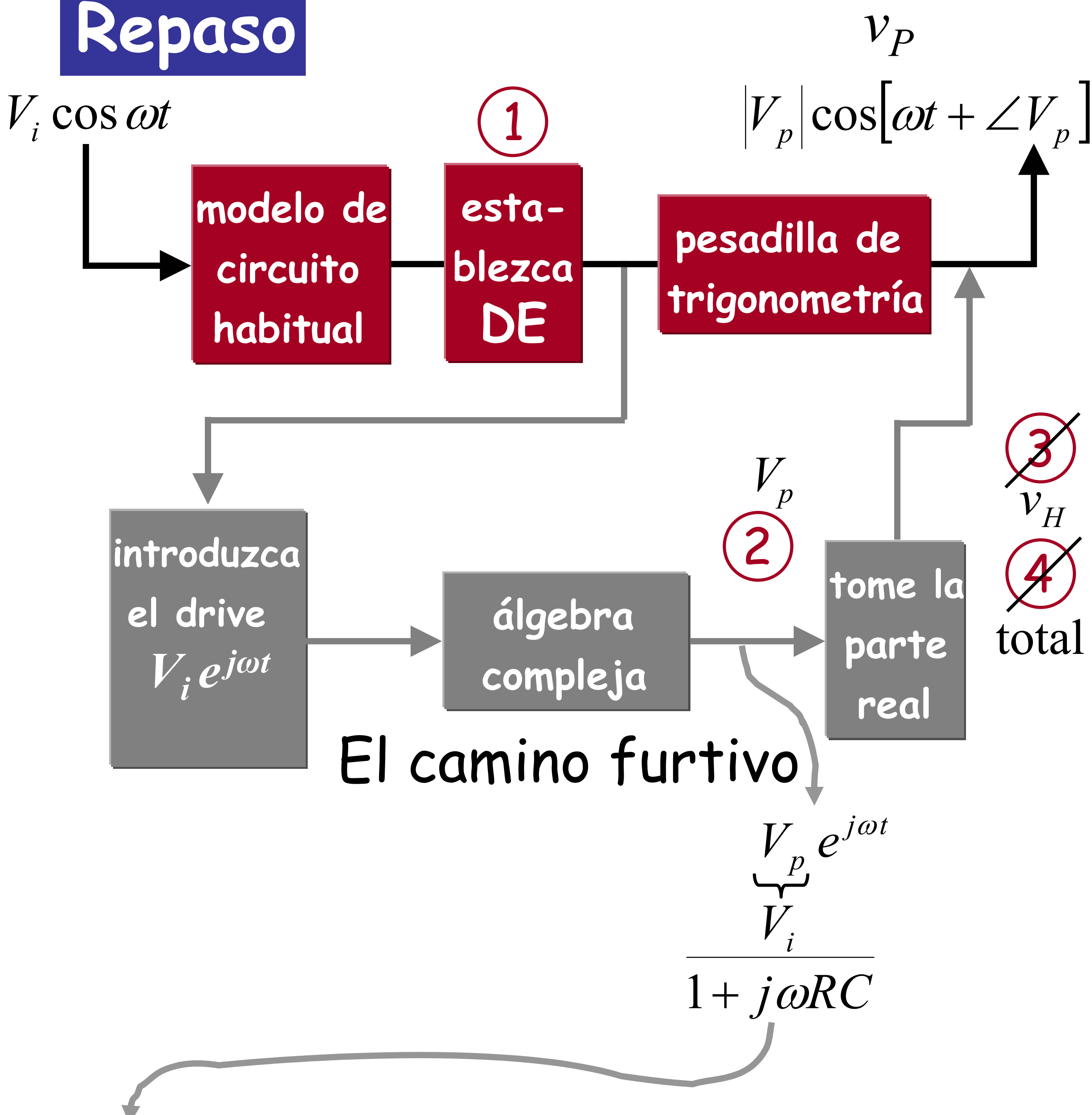
SSS

- Concéntrese en el estado estacionario, sólo preocúpese de v_P a medida que v_H se apaga.
- Concéntrese en los sinusoides.

- Estado estacionario sinusoidal (SSS)
  Lecturas 14.1 y 14.2

Lectura: sección 14.3 de los apuntes del curso.

Repaso



V_p contiene toda la información necesaria:

$|V_p|$ Amplitud de la fase de coseno

$\angle V_p$ de salida

Repaso

$$v_O = \left|V_p\right| \cos\left(\omega t + \angle V_p\right)$$

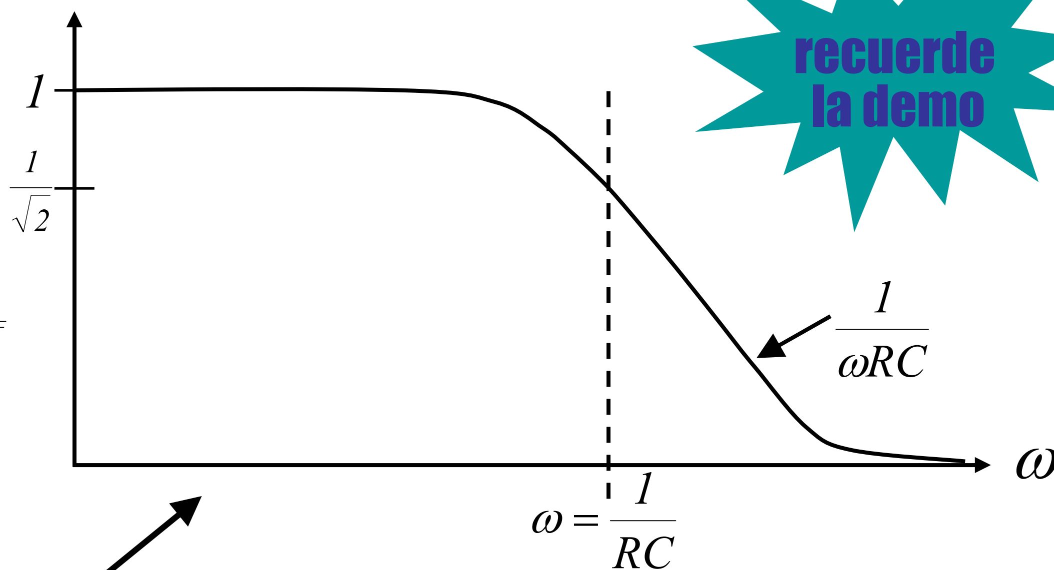
$$\frac{V_p}{V_i} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = H(j\omega)$$

función de transferencia

recuerde la demo

$$\left|\frac{V_p}{V_i}\right|$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 R^2 C^2}}$$

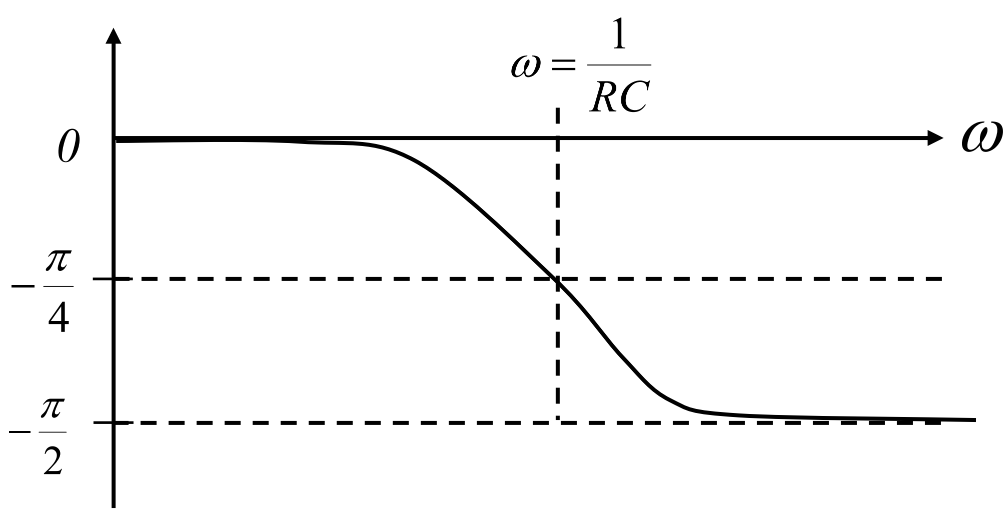


frecuencia de ruptura

Diagrama de Bode

$$\angle \frac{V_p}{V_i}$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{-\omega RC}{1}\right)$$



Visión de la frecuencia

¿Existe otra forma aún más sencilla para obtener V_p?

$$V_p = \frac{V_i}{1 + j\omega RC}$$

Divida numerador y denominador por $j\omega C$.

$$V_p = V_i \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R}$$

Pues... parece la relación de un divisor de tensión.

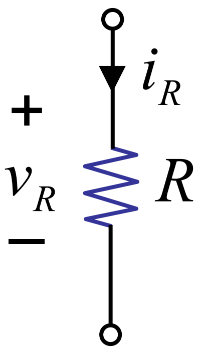
$$V_p = V_i \frac{Z_C}{Z_C + R}$$

Exploremos un poco más...

El modelo de impedancia

¿Existe una forma aún más simple de obtener V_p?

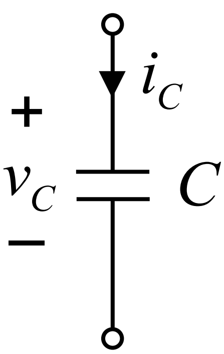
Considere:



$$i_R = I_r e^{j\omega t} \qquad v_R = R i_R$$

$$v_R = V_r e^{j\omega t} \qquad V_r \cancel{e^{j\omega t}} = R I_r \cancel{e^{j\omega t}}$$

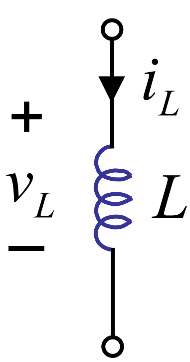
Resistencia $\boxed{V_r = R I_r}$



$$i_C = I_C e^{j\omega t} \qquad i_C = C\frac{dv_C}{dt}$$

$$v_C = V_C e^{j\omega t} \qquad I_C \cancel{e^{j\omega t}} = C V_C j\omega \cancel{e^{j\omega t}}$$

Condensador $\boxed{V_C = \underbrace{\left(\frac{1}{j\omega C}\right)}_{Z_C} I_C}$



$$i_L = I_l e^{j\omega t} \qquad v_L = L\frac{di_L}{dt}$$

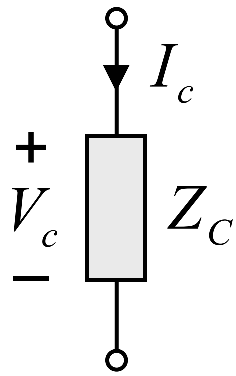
$$v_L = V_l e^{j\omega t} \qquad V_l \cancel{e^{j\omega t}} = L I_l j\omega \cancel{e^{j\omega t}}$$

Bobina de inductancia $\boxed{V_l = \underbrace{\left(j\omega L\right)}_{Z_L} I_l}$

El modelo de impedancia

En otras palabras,

condensador

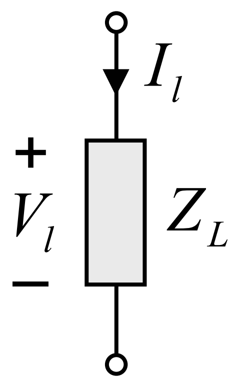


$$V_c = Z_C\, I_c$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

impedancia

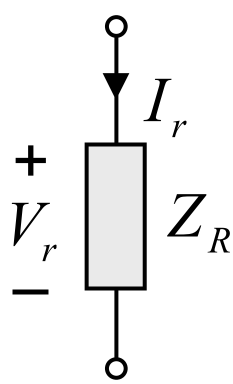
bobina de inductancia



$$V_l = Z_l I_l$$

$$Z_l = j\omega L$$

resistencia

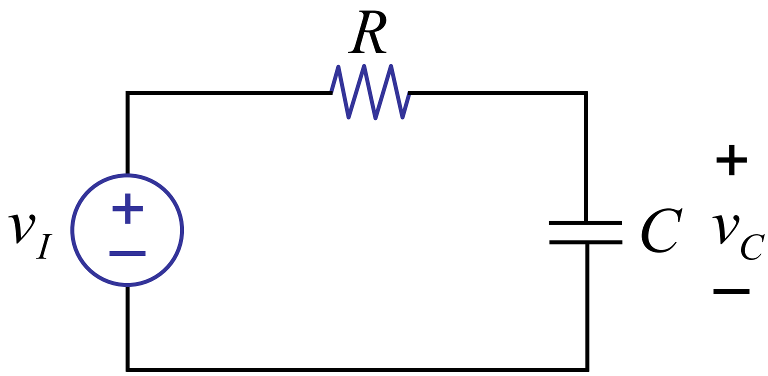


$$V_r = Z_r I_r$$

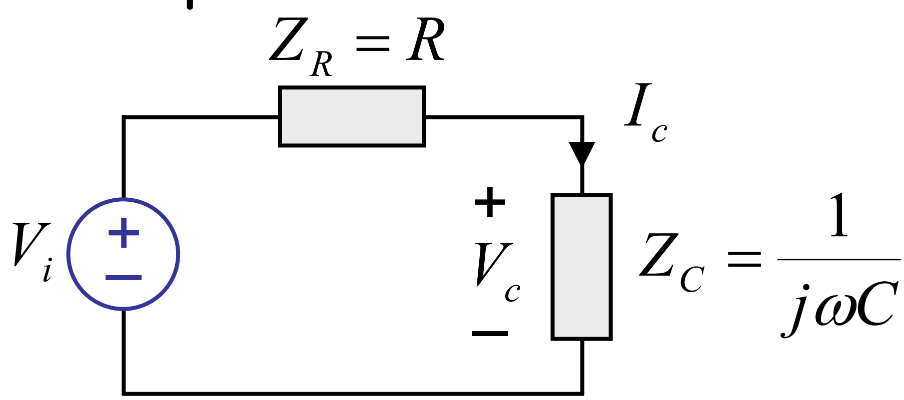
$$Z_r = R$$

Para un drive de la forma $V_c e^{j\omega t}$,
la amplitud compleja V_c está relacionada de forma algebraica con la amplitud compleja I_c, por una generalización de la ley de Ohm.

Volvemos al ejemplo de RC…



Modelo de impedancia:



$$V_c = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R} V_i = \frac{Z_C}{Z_C + Z_R} V_i$$

$$\boxed{V_c = \frac{1}{1 + j\omega RC} V_i}$$

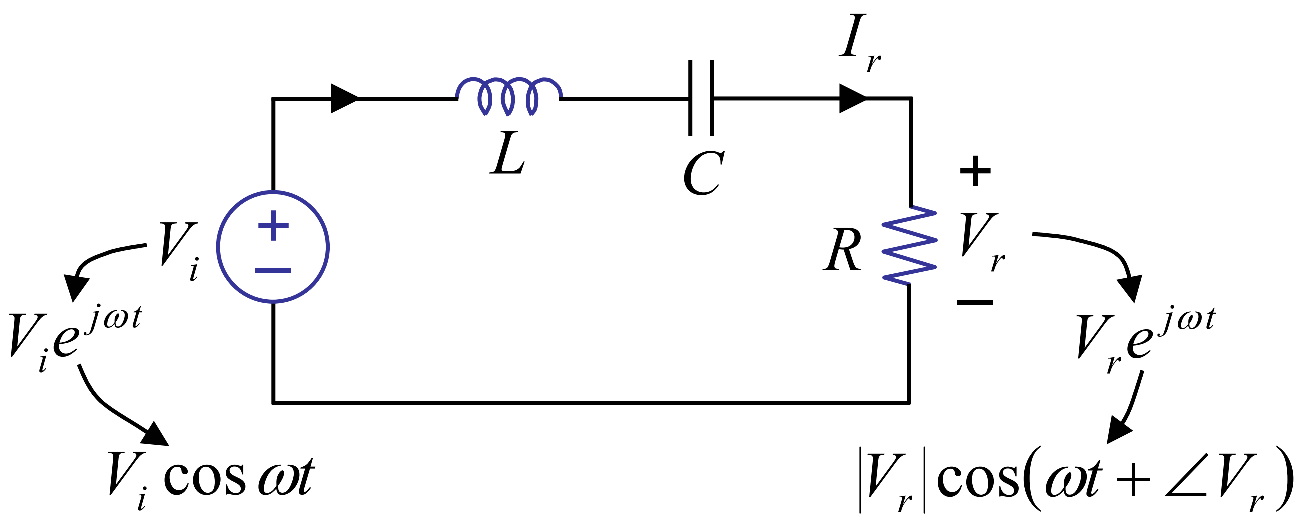
¡Hecho!

¡Se aplican todos nuestros "conocidos"!

KVL, KCL, superposición…

Otro ejemplo, recuerde las series RLC:

Recuerde, sólo nos interesa la respuesta de estado estacionario al sinusoide.



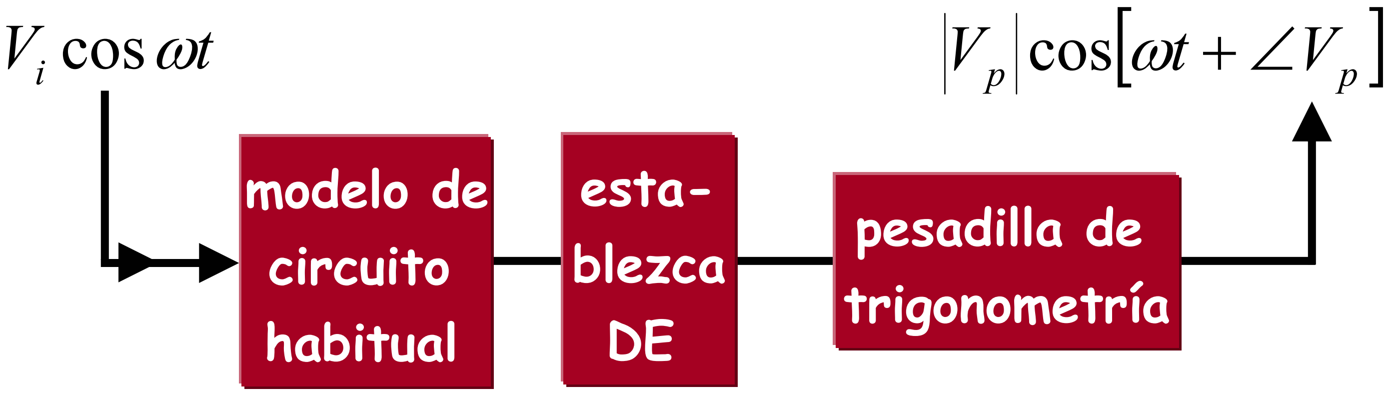
$$V_r = \frac{V_i Z_R}{Z_L + Z_C + Z_R}$$

$$V_r = \frac{V_i R}{j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C} + R}$$

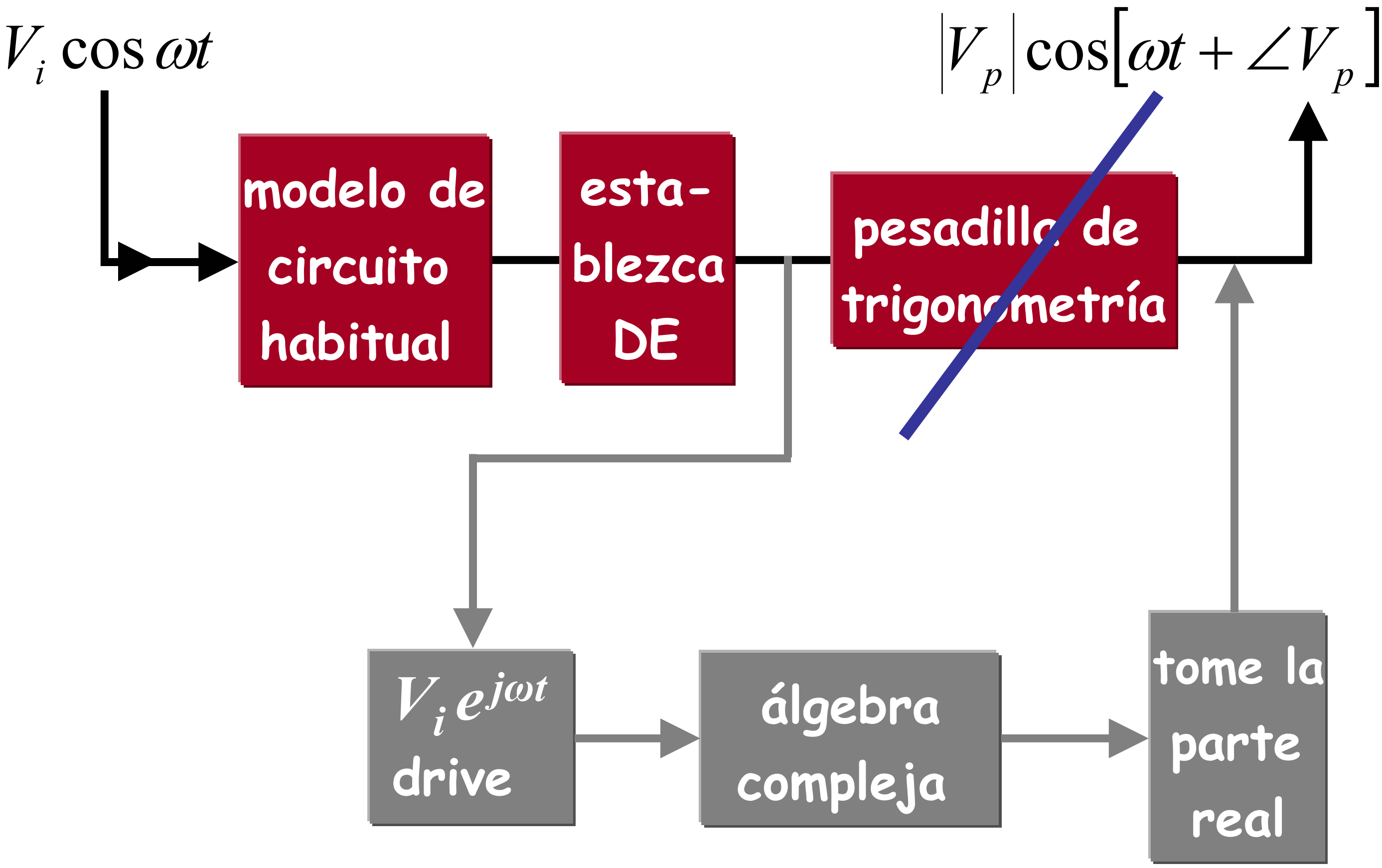
$$V_r = \frac{V_i j\omega CR}{-\omega^2 LC + 1 + j\omega CR}$$

Estudiaremos más detalladamente ésta y otras funciones en la próxima clase.

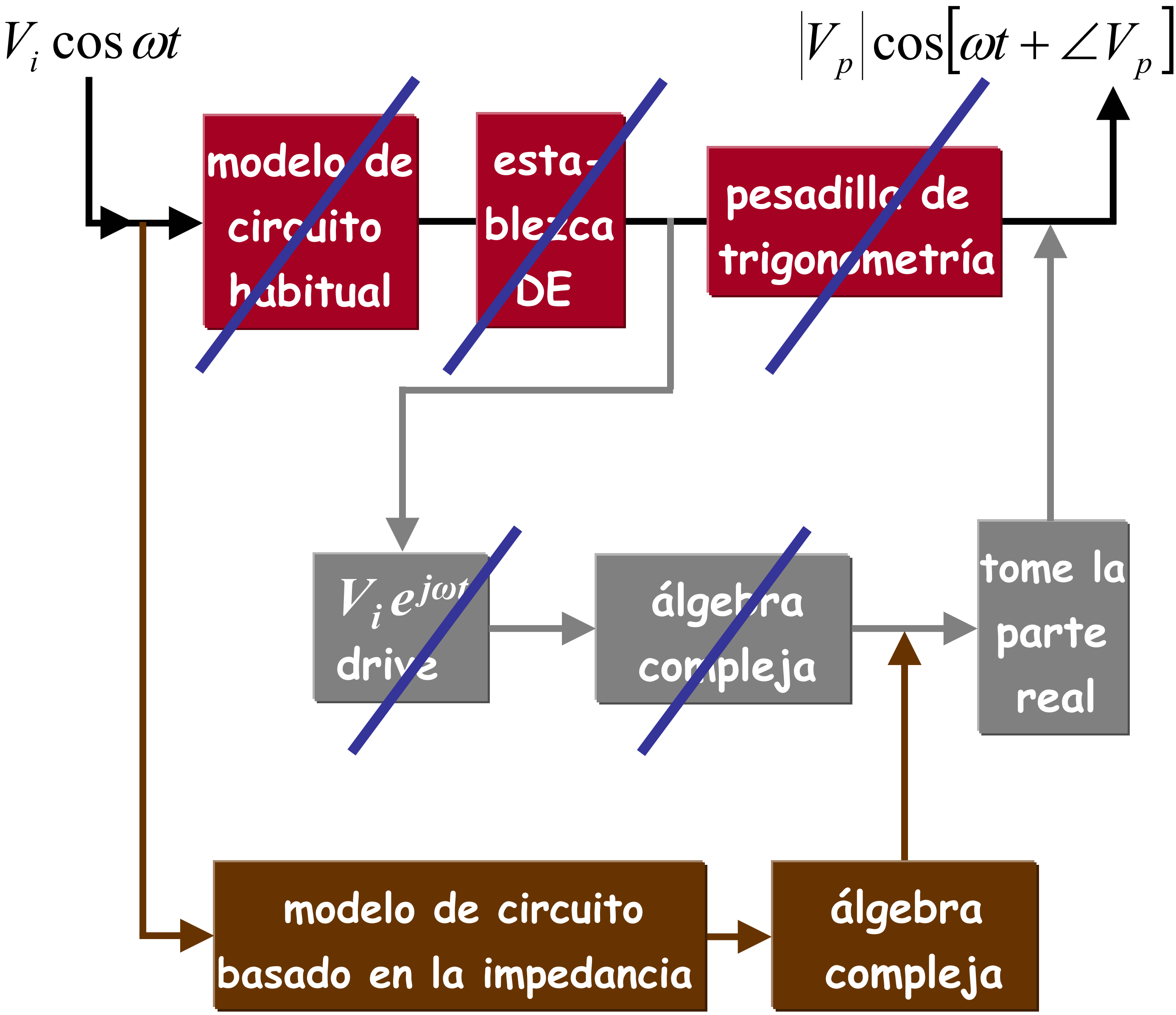
La gran imagen...



La gran imagen…



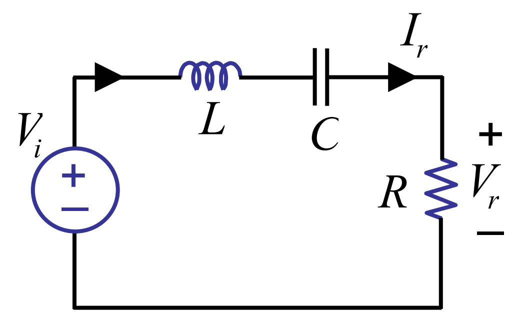
La gran imagen…



Si no hay DE, no hay trigonometría

De nuevo,

$$\frac{V_r}{V_i} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC - \omega^2 LC}$$



Estudiemos esta función de transferencia

$$\frac{V_r}{V_i} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC - \omega^2 LC}$$

$$= \frac{j\omega RC}{\left(1-\omega^2 LC\right) + j\omega RC} \cdot \frac{\left(1-\omega^2 LC\right) - j\omega RC}{\left(1-\omega^2 LC\right) - j\omega RC}$$

$$\left|\frac{V_r}{V_i}\right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{\left(1-\omega^2 LC\right)^2 + \left(\omega RC\right)^2}}$$

Observe,

$$\text{Bajo } \omega : \quad \approx \omega RC$$

$$\text{Alto } \omega : \quad \approx \frac{R}{\omega L}$$

$$\omega\sqrt{LC} = 1 : \quad \approx 1$$

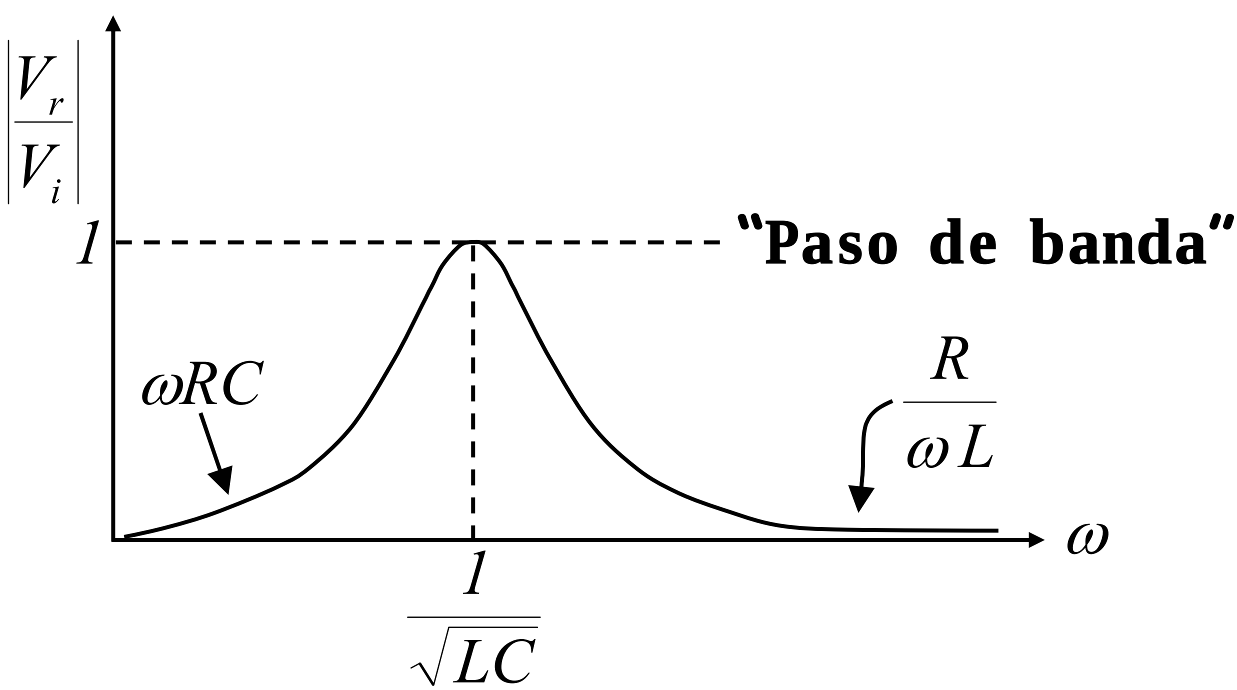
Gráficamente

$$\left|\frac{V_r}{V_i}\right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{\left(1-\omega^2 LC\right)^2 + (\omega RC)^2}}$$

$$\text{Bajo } \omega: \quad \approx \omega RC$$

$$\text{Alto } \omega: \quad \approx \frac{R}{\omega L}$$

$$\omega\sqrt{LC} = 1: \quad \approx 1$$



Recuerde este truco para trazar rápidamente el esquema de la forma de las funciones de transferencia.

La próxima semana más.