INSTITUTO TECNOLÓGICO DE MASSACHUSSETS
Departamento de Ingeniería Eléctrica e Informática

6.003: Señales y sistemas - Otoño 2003

Boletín de problemas 9

Distribución: 18 de noviembre de 2003 Entrega: 26 de noviembre de 2003

Trabajos de lectura:

Clases 18-20, boletín de problemas 9: capítulos 9 y 11 (hasta la subsección 11.3.4) de O&W

Clases 21 y 22, boletín de problemas 10: capítulos 10 y 11 (hasta la subsección 11.3.4) de O&W

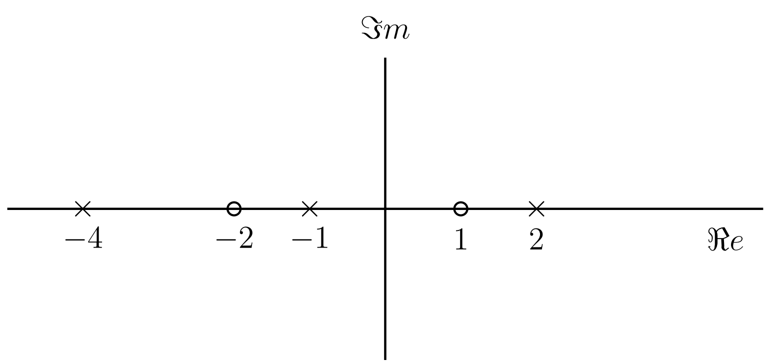
Ejercicios para el estudio en casa (no hay que entregarlos. No obstante, se facilitarán las soluciones):

O&W, problema 9.25 (e)

O&W, problema 9.40

Problemas para entregar:

Problema 1: considere un sistema LTI para el que la función de sistema $H(s)$ es racional y tiene la siguiente estructura de diagrama polo-cero:



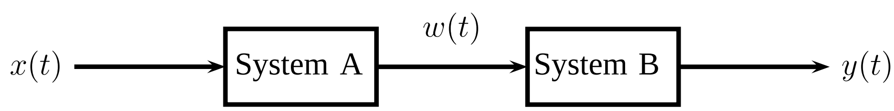
(a) Indique todas las ROC posibles que pueden asociarse con este diseño polo-cero.

(b) Para cada ROC identificada en el apartado (a), especifique si el sistema asociado es estable y/o causal.

Problema 2: dibuje una representación de forma directa para el sistema LTI causal con la siguiente función de sistema:

$$H(s) = \frac{s(s+1)}{(s+3)(s+4)}.$$

Problema 3: considere la cascada de dos sistemas LTI, tal como se describe a continuación:



donde tenemos lo siguiente:

- El sistema A es causal con una respuesta a impulso:

$$h(t) = e^{-2t}u(t)$$

- El sistema B es causal y se caracteriza por la ecuación diferencial siguiente que relaciona su entrada, $w(t)$, y la salida, $y(t)$:

$$\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{dw(t)}{dt} + \alpha w(t)$$

- Si la entrada $x(t) = e^{-3t}$, la salida $y(t) = 0$.

(a) Halle la función de sistema $H(s) = Y(s)/X(s)$, determine su ROC y dibuje su diagrama polo-cero. Nota: su respuesta debe ser <u>sólo</u> numérica (es decir, posee información suficiente para determinar el valor de α).

(b) Determine la ecuación diferencial que relaciona $y(t)$ y $x(t)$.

Problema 4: suponga que nos proporcionan la información siguiente acerca de un sistema LTI causal y estable con respuesta a impulso $h(t)$ y con una función racional $H(s)$:

- La respuesta de estado estacionario a un escalón unitario , es decir, $s(\infty) = \frac{1}{3}$.
- Cuando la entrada es $e^{t}u(t)$, la salida es completamente integrable.
- La señal:

$$\frac{d^2h(t)}{dt^2} + 5\frac{dh(t)}{dt} + 6h(t)$$

  tiene duración finita.
- $h(t)$ tiene exactamente un cero en el infinito.

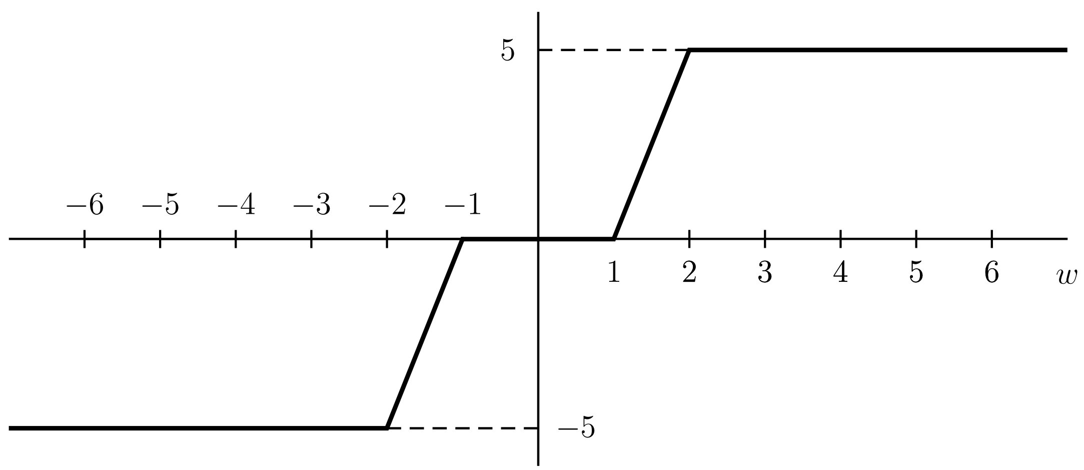
Determine $H(s)$ y su ROC.

Problema 5: considere el sistema básico de retroalimentación de la figura 11.3 (a) de la pág. 819 de O&W. Determine la respuesta a impulso del sistema de bucle cerrado cuando:

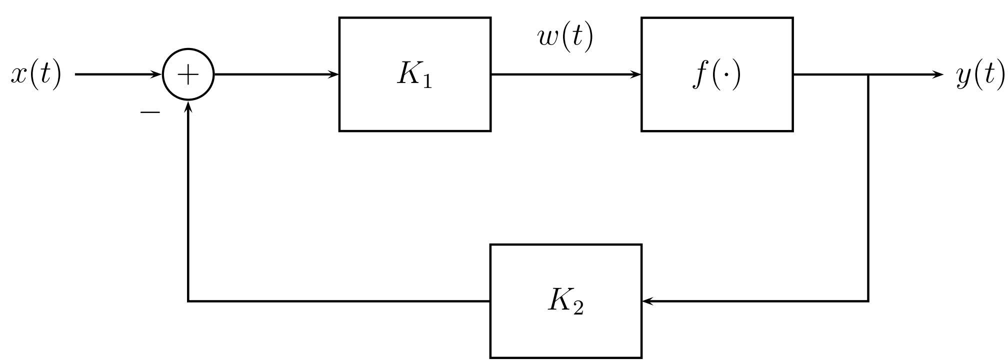
$$H(s) = \frac{1}{s+5}, \quad G(s) = \frac{2}{s+2}.$$

Problema 6: considere un sistema cuya salida, $y(t)$, se caracteriza por una función no lineal sin memoria de su entrada, $w(t)$, tal como se indica a continuación:

$$y = f(w)$$



Podemos observar que la función $f(w(t)) = y(t)$ posee una zona muerta cuando la magnitud de la entrada $w(t)$ es menor que la unidad, y se satura cuando la magnitud de la entrada es superior a 2. En este problema nos gustaría ver cómo reducir esta no linealidad mediante la retroalimentación. Considere el siguiente sistema de retroalimentación:



(a) Dibuje la función inversa $f^{-1}(y)$. Marque claramente los ejes e indique los números importantes en el dibujo.

(b) Exprese $x(t)$ como una combinación lineal de $y(t)$ y $f^{-1}(y)$.

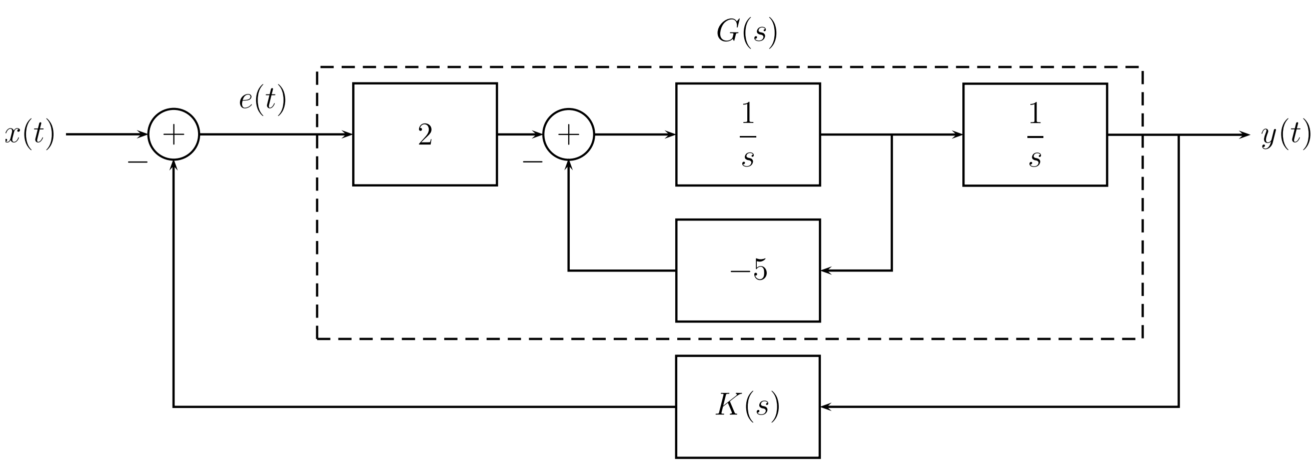
(c) Dibuje y como una función de x cuando:

(c.1) $K_1 = 0.5$ y $K_2 = 5$.

(c.2) $K_1 = 10$ y $K_2 = 0.1$.

(d) Para tener una relación aproximadamente lineal entre la entrada $x(t)$ y la salida $y(t)$, ¿son grandes las magnitudes de las ganancias K_1 y K_2? Razone su respuesta.

Problema 7: considere el siguiente sistema de retroalimentación.



(a) Halle la función de sistema $G(s) = \frac{Y(s)}{E(s)}$ situado dentro del recuadro de líneas discontinuas de la figura anterior. ¿Es estable este sistema?

(b) Suponga que $K(s) = K_p$, donde K_p es una constante real. ¿Puede hallar un rango de K_p de modo que el sistema de bucle cerrado $H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ sea estable? De ser así, halle el rango de K_p

(c) Suponga que $K(s) = K_d s + K_p$, donde K_d y K_p son constantes. ¿Puede hallar los rangos de K_d y K_p de modo que el sistema de bucle cerrado $H(s)$ sea estable? De ser así, halle los rangos de K_d y K_p.

Aviso: las respuestas de los 20 primeros problemas de cada capítulo de O&W se incluyen al final del libro. Tenga en cuenta el utilizarlas como práctica adicional al realizar los boletines de problemas o cuando se prepare para las pruebas.