

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE MASSACHUSETTS
Departamento de Ingeniería Eléctrica e Informática

6.003: Señales y sistemas—Otoño 2003

Examen final
Martes 16 de diciembre de 2003

Instrucciones: El examen consta de 7 problemas (páginas 2-33) y de un espacio en blanco para trabajar (páginas 34-37). Asegúrese de que no le falta ninguna página. Al final de este cuadernillo, se facilitan las tablas de las propiedades de las series de Fourier y las propiedades y las tablas de las transformadas de Fourier de DT y CT, así como las propiedades de la transformada z y de Laplace. **Escriba sus respuestas directamente en los espacios indicados en las páginas de este cuadernillo. No olvide escribir su nombre en todas y cada una de las páginas. Puede utilizar cuadernos de examen para el trabajo en borrador, pero no serán calificados.** Todos los diagramas y dibujos deberán incluir las correspondientes leyendas. Salvo que se indique lo contrario, **debe razonar las respuestas.** Este es un examen a libro cerrado, aunque los estudiantes pueden utilizar tres hojas $8\frac{1}{2} \times 11$ para consultas. No se autoriza el uso de calculadoras.

NOMBRE: _____

Indique su sección	Sección	Hora	Profesor de las clases de repaso
<input type="checkbox"/>	1	10-11	Prof. Zue
<input type="checkbox"/>	2	11-12	Prof. Zue
<input type="checkbox"/>	3	1- 2	Prof. Gray
<input type="checkbox"/>	4	11-12	Dr. Rohrs
<input type="checkbox"/>	5	12- 1	Prof. Voldman
<input type="checkbox"/>	6	12- 1	Prof. Gray
<input type="checkbox"/>	7	10-11	Dr. Rohrs
<input type="checkbox"/>	8	11-12	Prof. Voldman

Le rogamos no escriba nada en esta hoja a partir de la línea, ya que el espacio está reservado para uso de los examinadores:

Problema	Nº de puntos	Puntuación	Examinad.
1	30		
2	15		
3	35		
4	30		
5	30		
6	25		
7	35		
Total	200		

PROBLEMA 1 (30 puntos)

Sea $h(t)$ una respuesta a impulso del lado derecho de un sistema y cuya transformada de Laplace viene dada por:

$$H(s) = \frac{10(-s + 1)}{(s + 10)(s + 1)}.$$

Apartado a. Halle la ecuación diferencial que describe al sistema.

Apartado b. ¿Es causal el sistema?

SÍ o NO

Razone brevemente su respuesta:

Página de trabajo para el problema 1

Apartado c. La respuesta de este sistema a un escalón positivo comienza en una dirección negativa antes de girar. Demuestre esta afirmación hallando $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{ds(t)}{dt}$. Justifique el método utilizado.

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{ds(t)}{dt} = \underline{\hspace{10cm}}$$

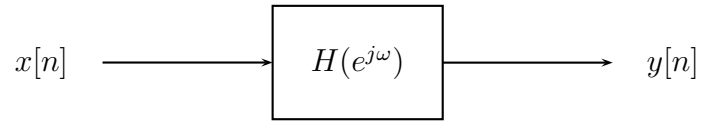
Apartado d. Sea $H_I(s)$ la función de transferencia de un sistema inverso de $H(s)$ estable pero no causal, es decir, $H_I(s)H(s) = 1$. Halle $H_I(s)$ y su región de convergencia (ROC).

$$H_I(s) = \underline{\hspace{10cm}} \quad \text{ROC:}$$

Página de trabajo del problema 1

PROBLEMA 2 (15 puntos)

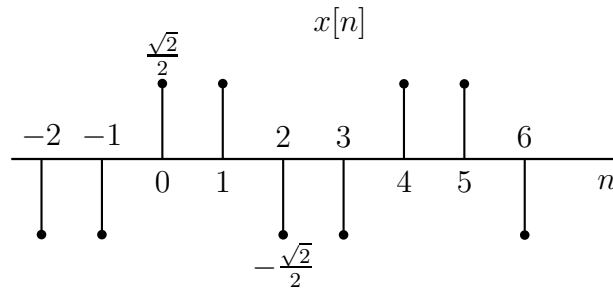
Considere el siguiente sistema LTI de DT:



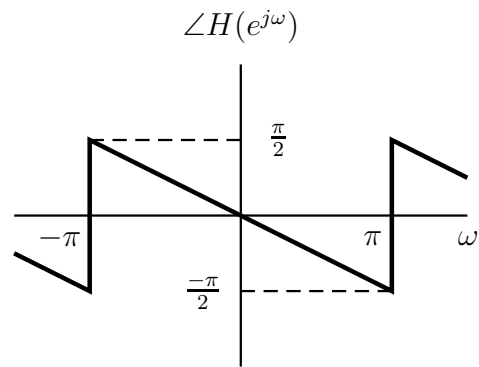
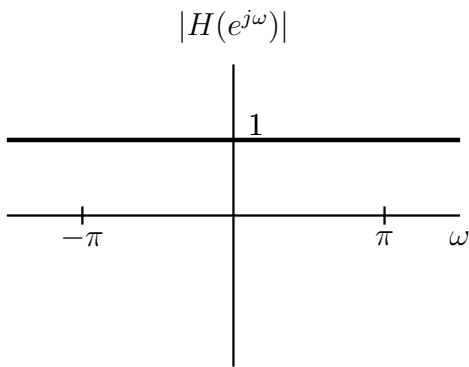
La secuencia de entrada es:

$$x[n] = \cos\left(\frac{5\pi}{2}n - \frac{\pi}{4}\right)$$

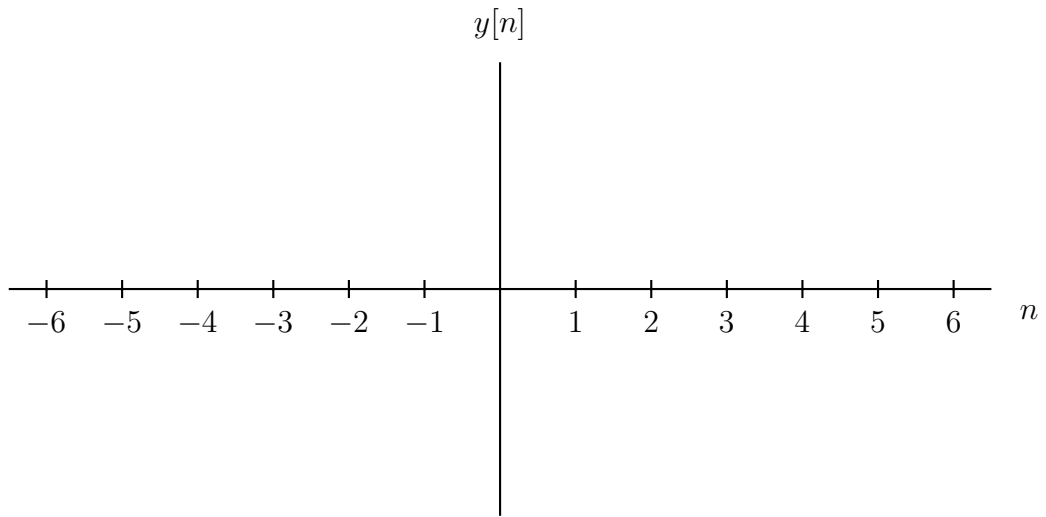
tal como se indica en el siguiente gráfico:



Determine y realice el diagrama de $y[n]$ si la magnitud y la fase de $H(e^{j\omega})$ son:



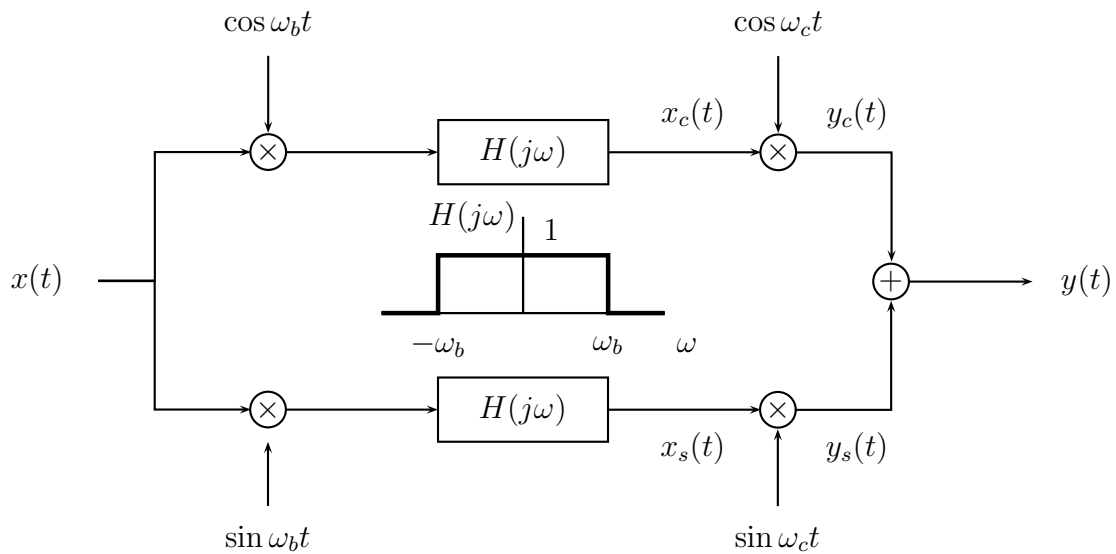
$y[n] =$ _____



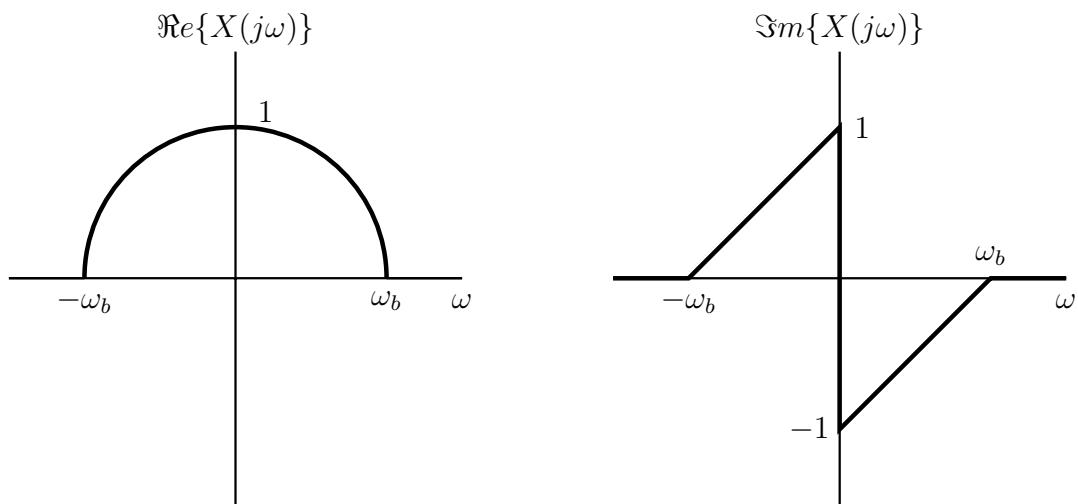
Página de trabajo del problema 2

PROBLEMA 3 (35 puntos)

Considere el siguiente sistema:

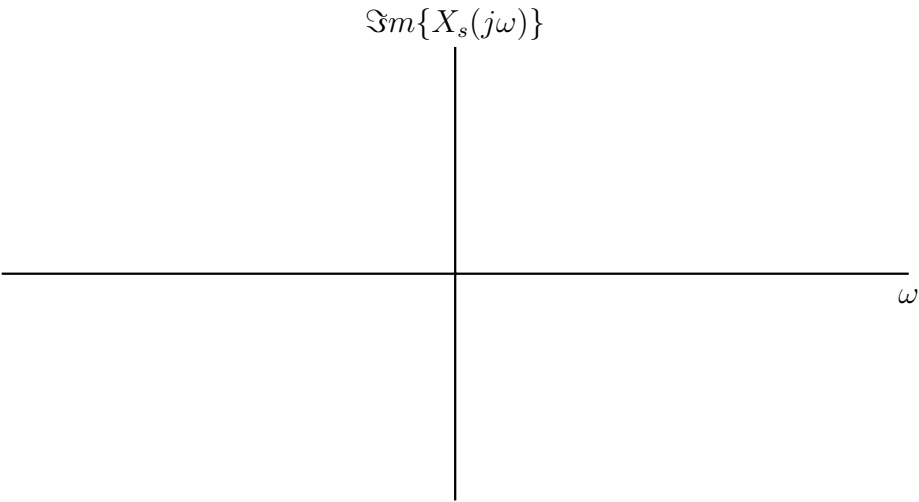
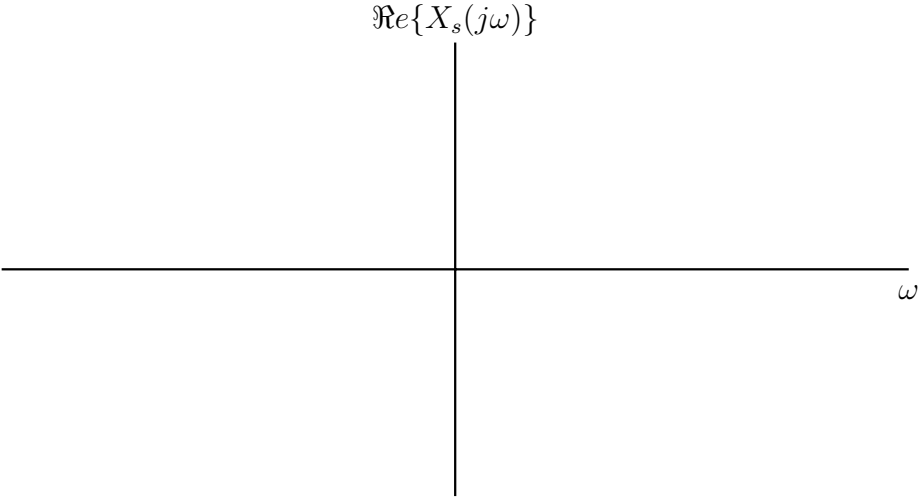


La transformada de Fourier de $x(t)$, $X(j\omega)$ tiene las siguientes partes reales e imaginarias:



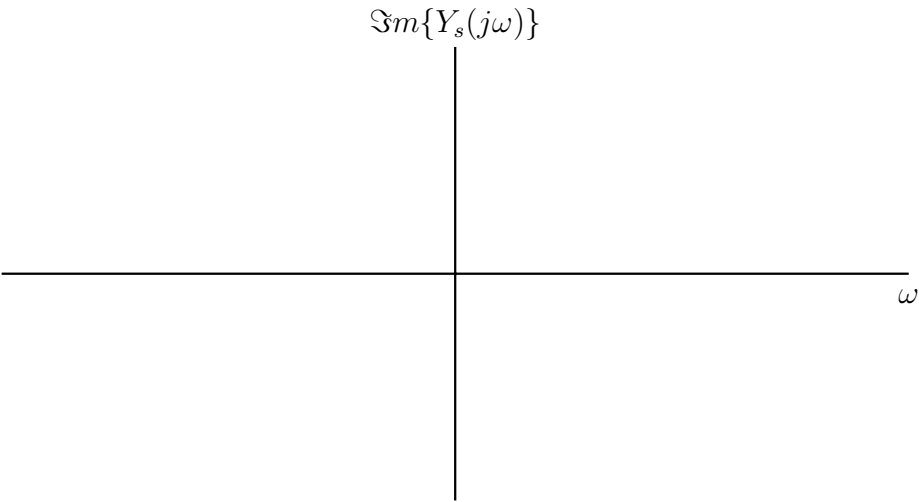
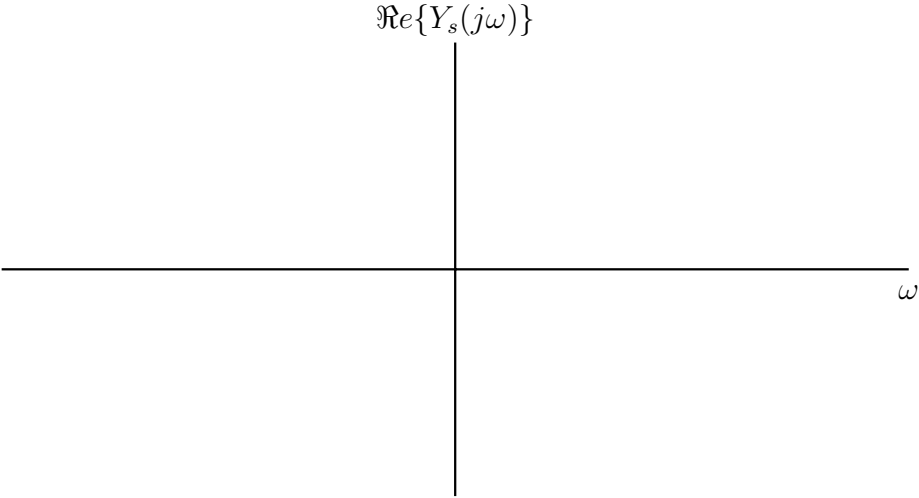
Para su comodidad, le facilitamos las anteriores figuras idénticas, así como las tablas de la transformada.

Apartado a. Realice diagramas etiquetados de las partes reales e imaginarias de $X_s(j\omega)$.



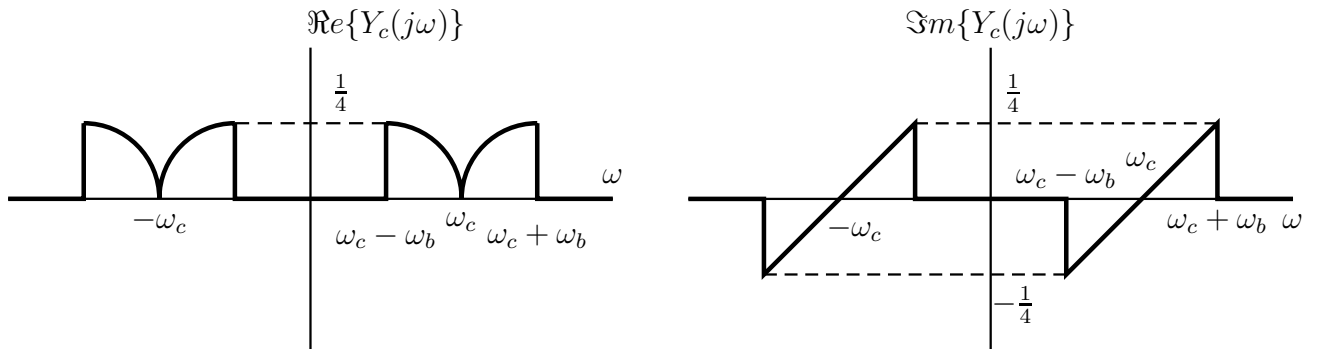
Página de trabajo del problema 3

Apartado b. Realice diagramas etiquetados de las partes reales e imaginarias de $Y_s(j\omega)$.

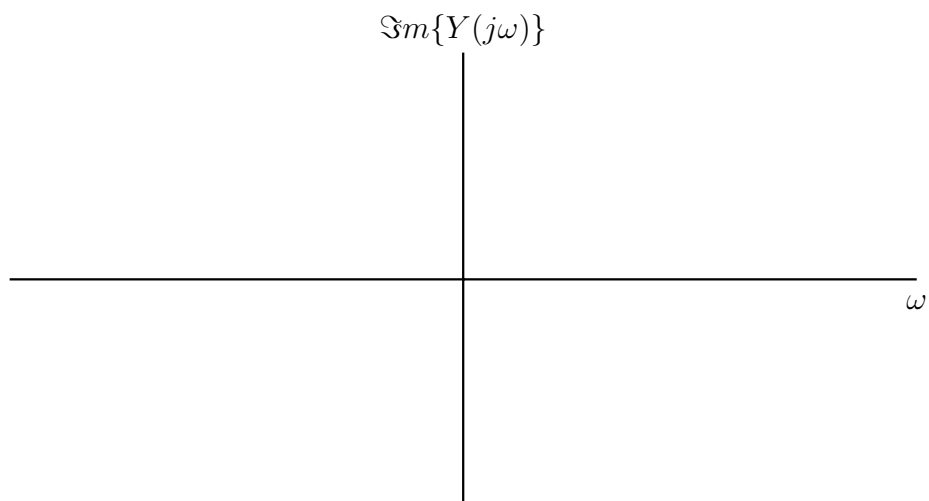
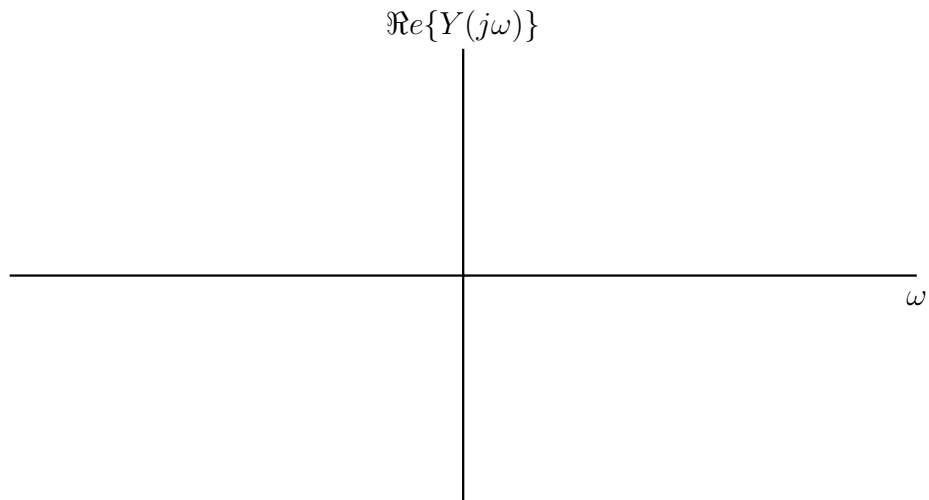


Página de trabajo del problema 3

Apartado c. $Y_c(j\omega)$ tiene las siguientes partes reales e imaginarias:



Realice diagramas etiquetados de las partes reales e imaginarias de $Y(j\omega)$.



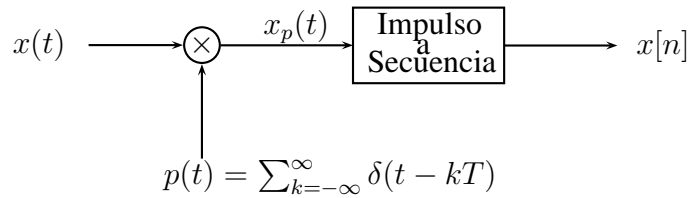
Página de trabajo del problema 3

Apartado d. ¿Qué pequeño cambio sería necesario en este sistema para crear una modulación de banda lateral inferior?

Página de trabajo del problema 3

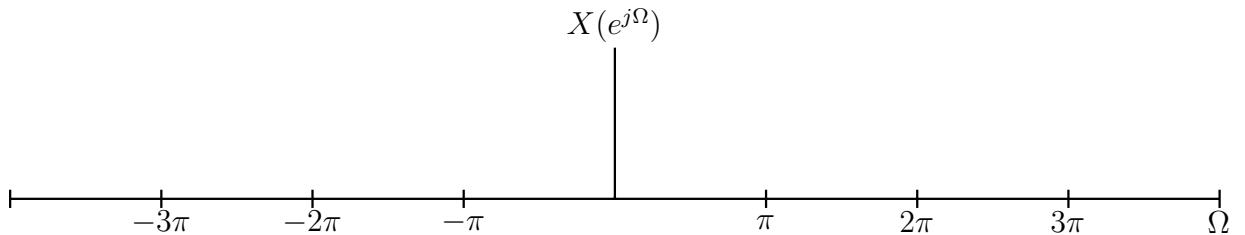
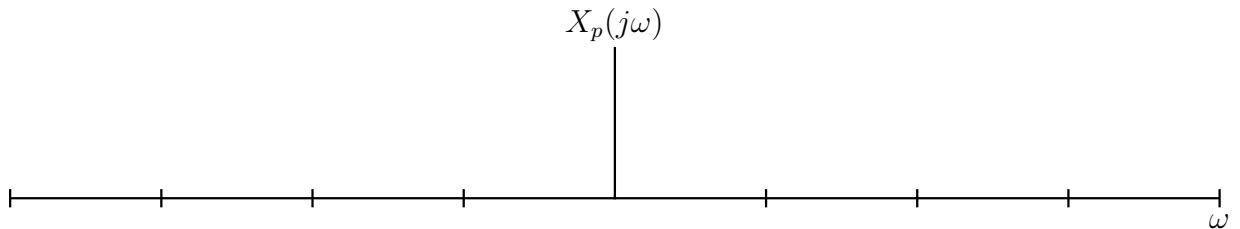
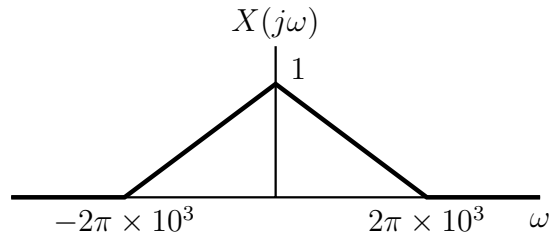
PROBLEMA 4 (30 puntos)

Considere el siguiente sistema:



Las transformadas de Fourier de $x(t)$, $x_p(t)$ y $x[n]$ vienen indicadas, respectivamente, por $X(j\omega)$, $X_p(j\omega)$ y $X(e^{j\Omega})$.

Apartado a. Si $X(j\omega)$ es tal como se indica a continuación, y $T = 0.5 \times 10^{-3}$ seg, realice diagramas etiquetados de $X_p(j\omega)$ y $X(e^{j\Omega})$.



Página de trabajo del problema 4

Apartado b. Utilice el mismo $X(j\omega)$ y T del **apartado a**, determine:

(i) $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)dt$

(ii) $\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]$.

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)dt = \underline{\hspace{10cm}}, \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] = \underline{\hspace{10cm}}$$

Apartado c. A continuación, suponga que $x(t)$ es de banda limitada, es decir, $X(j\omega)=0$ para $|\omega| \geq W$ o, de lo contrario es arbitrario.

Se ha afirmado que para valores apropiados de T , es decir, $T < A$ para algún valor de A , al área total bajo la señal de entrada de tiempo continuo $x(t)$ es T veces la suma de $x[n]$. ¿Cree que esta afirmación es cierta?; es decir, ¿existe alguna limitación entre T y W que **garantice** lo siguiente?:

$$T \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)dt ?$$

Si su respuesta es afirmativa, especifique en términos de W el valor inferior de A para el cual es cierta la afirmación anterior. Si, por el contrario, su respuesta es negativa, razone claramente por qué.

SÍ

NO

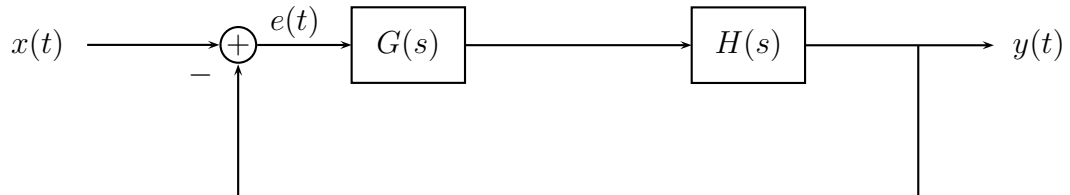
$A = \underline{\hspace{10cm}}$

Explicación:

Página de trabajo del problema 4

PROBLEMA 5 (30 puntos)

Considere el siguiente sistema de retroalimentación:



donde $H(s) = \frac{1}{s^2}$ es la planta, $x(t)$ es la entrada de referencia, $e(t) = x(t) - y(t)$ es la señal de error e $y(t)$ es la salida de la planta $H(s)$.

Apartado a. ¿Es $H(s)$ estable ?

SÍ o NO

Razone brevemente la respuesta:

Apartado b. Halle las funciones del sistema $\frac{Y(s)}{X(s)}$ y $\frac{E(s)}{X(s)}$. Exprese las respuestas en términos de potencias de s y $G(s)$.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \underline{\hspace{15cm}}$$

$$\frac{E(s)}{X(s)} = \underline{\hspace{15cm}}$$

Página de trabajo del problema 5

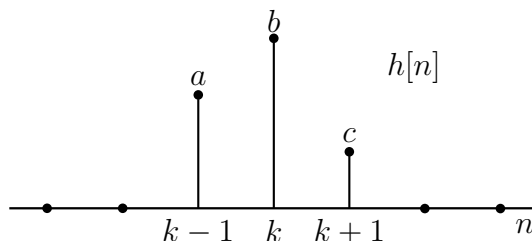
Apartado c. Suponga que $G(s) = K_d s + K_p$ donde K_d y K_p son números reales. Halle los valores de K_d y K_p tales que hagan que el sistema de bucle cerrado esté críticamente amortiguado con una frecuencia natural no amortiguada de 10 rad/s.

$$K_d = \underline{\hspace{10em}}, \quad K_p = \underline{\hspace{10em}}$$

Página de trabajo del problema 5

PROBLEMA 6 (25 puntos)

Considere el siguiente sistema LTI de DT cuya respuesta de muestra unitaria, $h[n]$, es:

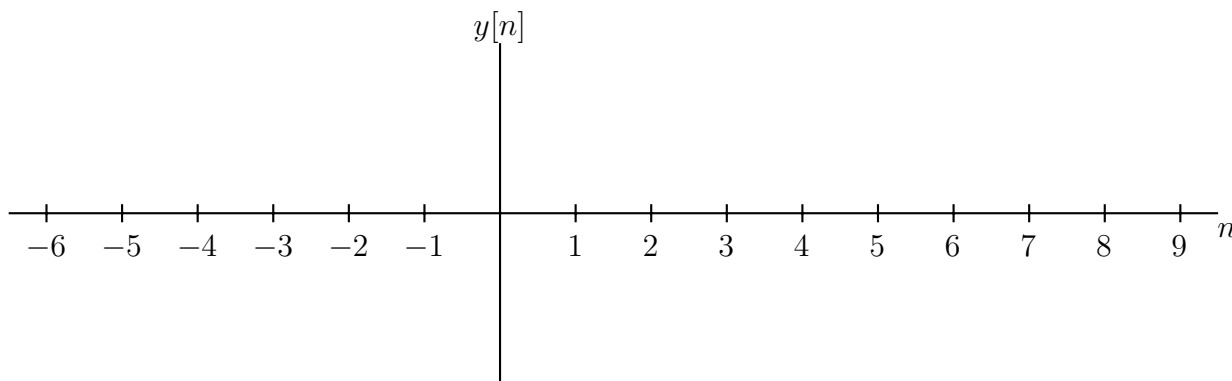
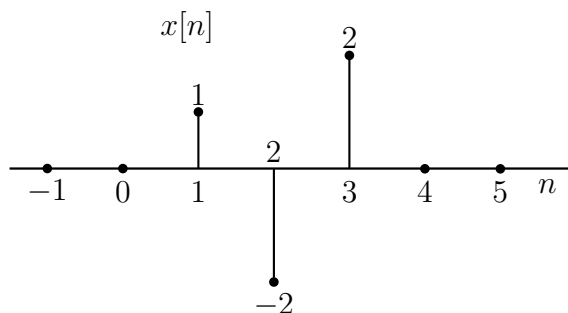


donde k es un entero desconocido y a , b , y c son números reales desconocidos.

Se sabe que $h[n]$ cumple las condiciones siguientes:

- (i) Sea $H(e^{j\omega})$ la transformada de Fourier de $h[n]$. $H(e^{j\omega})e^{j\omega}$ es real y par.
- (ii) Si $x[n] = (-1)^n$ para todo n , entonces $y[n] = 0$.
- (iii) Si $x[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$ para todo n , entonces $y[2] = \frac{9}{2}$.

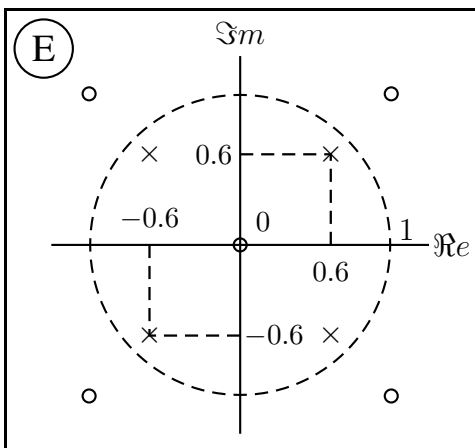
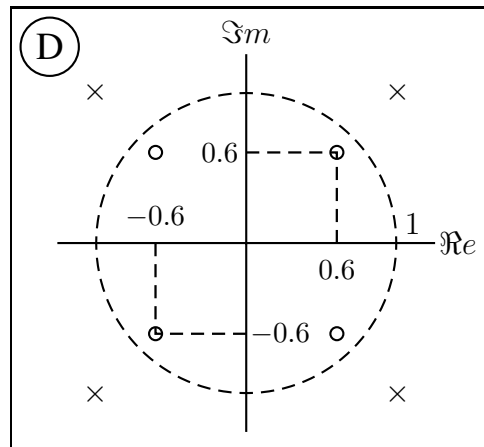
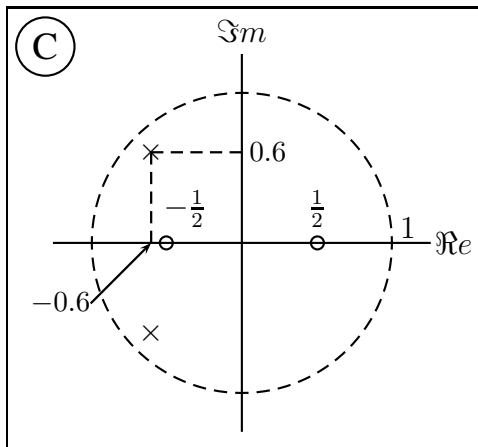
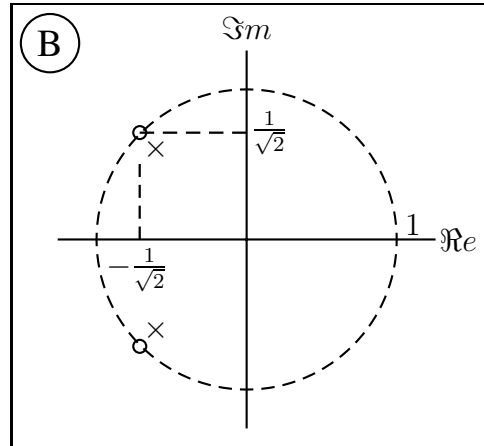
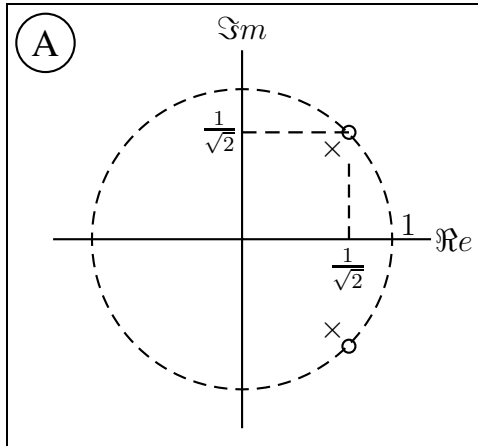
Realice un diagrama etiquetado de la salida $y[n]$ cuando la entrada $x[n]$ es la que se indica a continuación. Su respuesta no debería incluir a , b , c , ni k .



Página de trabajo del problema 6

PROBLEMA 7 (35 puntos)

Considere los siguientes diagramas polo-cero. Cada uno de ellos, dibujado a escala, corresponde a la función de un sistema LTI de DT cuya respuesta de muestra unitaria es real. *Observe que cuenta con toda la información para resolver las cuestiones que se plantean en este problema, aunque algunos de los polos y ceros no estén etiquetados.* **Para mayor comodidad, le facilitamos también los diagramas polo-cero idénticos a los de esta página junto con las tablas de transformadas.**

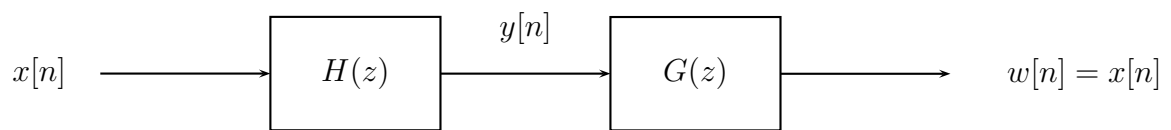


Apartado a. ¿Qué diagrama o diagramas pueden tener una ROC tal que corresponda a un sistema causal y estable?

¿Cuál o cuales?

Razone brevemente su respuesta:

Apartado b. Considere el siguiente diagrama de bloques:



$H(z)$ se describe mediante uno o más de los diagramas polo-cero $A-E$. $G(z)$, que no se corresponde con ninguno de esos diagramas $A-E$, es un sistema tal que $w[n] = x[n]$. ¿Qué diagrama o diagramas corresponden a $H(z)$ tal que tanto $H(z)$ como $G(z)$ sean causales y estables?

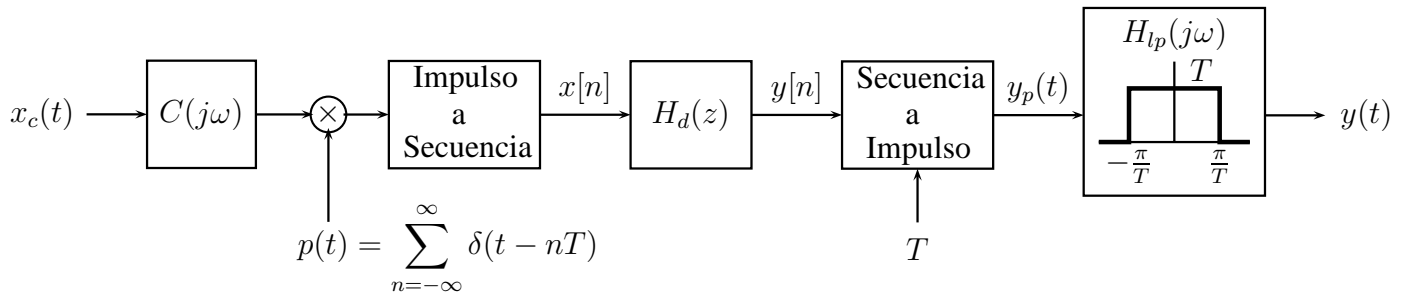
¿Cuál o cuales?

Razone brevemente su respuesta:

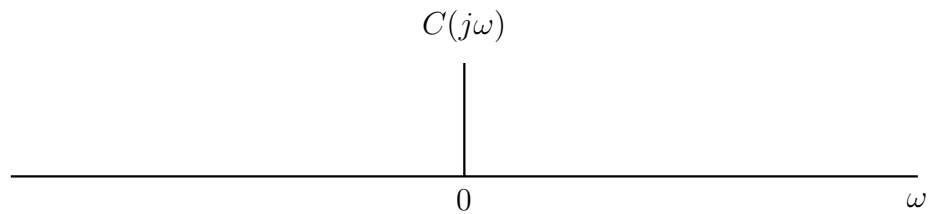
Página de trabajo del problema 7

Página de trabajo del problema 7

Apartado c. Considere el siguiente sistema con $T = \frac{1}{480}$ seg.



- (i) Trace la respuesta de frecuencia $C(j\omega)$ de forma que todo el sistema sea un sistema LTI con el mayor ancho de banda posible.



- (ii) Suponga que $C(j\omega)$ es 1 para todo ω y que $x_c(t)$ tiene un límite de banda suficiente tal que se cumple el criterio de Nyquist. $x_c(t)$ consiste en la superposición de $s(t)$, que es la señal que le interesa, y una interferencia sinusoidal de $60Hz$, es decir:

$$x_c(t) = s(t) + \cos(2\pi \cdot 60t).$$

¿Qué diagrama polo-cero es la mejor opción para $H_d(z)$ tal que $|Y(j\omega)|$, la magnitud de la transformada de Fourier de la salida global $y(t)$, sea aproximadamente igual a $|S(j\omega)|$, la magnitud de la transformada de Fourier de $s(t)$?

¿Cuál o cuales?

Razone brevemente su respuesta:

Página de trabajo del problema 7

Página de trabajo adicional

A partir de esta página no hay más enunciados. Las páginas 34 a la 37 son solamente páginas de trabajo adicionales.

Página de trabajo adicional

Página de trabajo adicional

Página de trabajo adicional