INSTITUTO TECNOLÓGICO DE MASSACHUSETTS
Departamento de Ingeniería Eléctrica e Informática

6.003: Señales y sistemas—Otoño 2003

Prueba 2
Jueves 13 de noviembre de 2003

Instrucciones: El examen consta de 6 problemas (paginas 2-19) y de un espacio en blanco para trabajar (paginas 20 y 21). Asegúrese de que no le falta ninguna pagina. Al final de este cuadernillo se facilitan las tablas de las propiedades de las series de Fourier, así como las propiedades y las tablas de las transformadas de Fourier de DT y CT. **Escriba sus respuestas directamente en los espacios indicados en las páginas de este cuadernillo. No olvide escribir su nombre en todas y cada una de las páginas. Puede utilizar cuadernos de examen para el trabajo en borrador, pero no serán calificados.** Todos los diagramas y dibujos deberán incluir las correspondientes leyendas. Salvo que se indique lo contrario, **debe razonar las respuestas.** Este es un examen a libro cerrado, aunque los estudiantes pueden utilizar dos hojas 8 1/2 x 11 para consultas. No se autoriza el uso de calculadoras.

NOMBRE: ____________________________

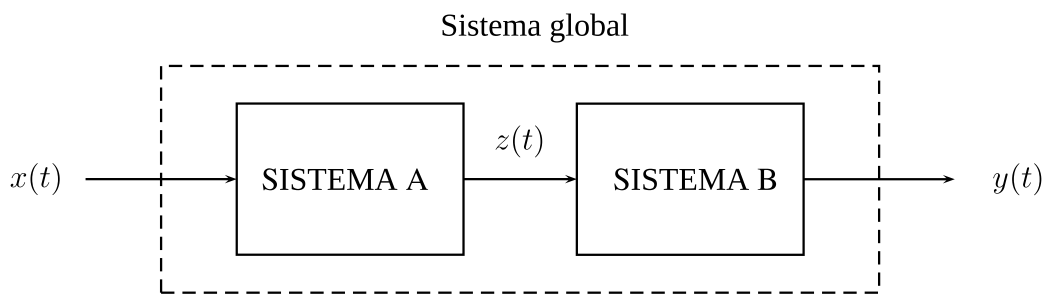
Indique su sección	Sección	Hora	Profesor de la clase de repaso
☐	1	10-11	Prof. Zue
☐	2	11-12	Prof. Zue
☐	3	1- 2	Prof. Gray
☐	4	11-12	Dr. Rohrs
☐	5	12- 1	Prof. Voldman
☐	6	12- 1	Prof. Gray
☐	7	10-11	Dr. Rohrs
☐	8	11-12	Prof. Voldman

Le rogamos no escriba nada en esta hoja a partir de la línea, ya que el espacio está reservado para uso de los examinadores:

Problema	Nº de puntos	Puntuación	Examinad.
1	15		
2	20		
3	25		
4	25		
5	15		
Total	100		

PROBLEMA 1 (15%)

Considere el siguiente sistema:



La relación entrada-salida del SISTEMA A se caracteriza por la siguiente ecuación causal de diferencias de coeficiente lineal constante (LCCDE):

$$\frac{dz(t)}{dt} + 6z(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 5x(t),$$

y la respuesta a impulso $h_b(t)$ para el SISTEMA B se define de la forma siguiente:

$$h_b(t) = e^{-10t}u(t).$$

Apartado a. ¿Cuál es la respuesta de frecuencia del sistema completo? Es decir, dados $x(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} X(j\omega)$ e $y(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} Y(j\omega)$, determine $H(j\omega) = \dfrac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$.

$H(j\omega) =$ ______________________________

Página de trabajo para el problema 1

 El problema 1 continúa en la página siguiente.

Apartado b. ¿Cuál es la respuesta a impulso, $h(t)$ del sistema completo?

$h(t) =$ ____

Apartado c. ¿Cuál es la ecuación diferencial que relaciona $x(t)$ e $y(t)$?

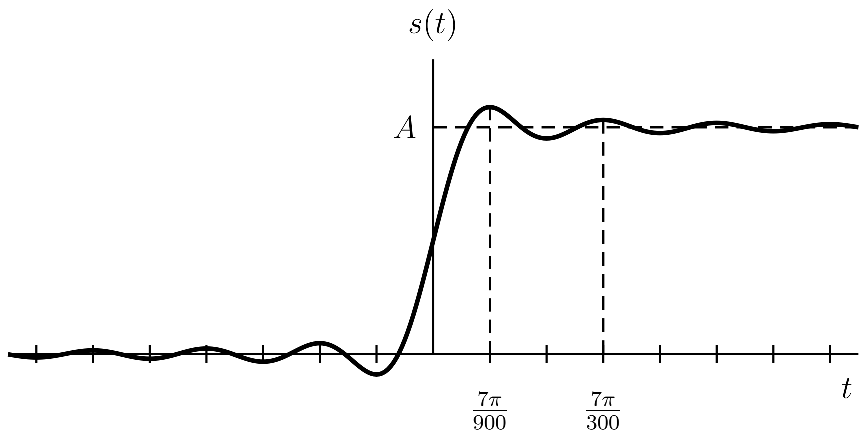
____

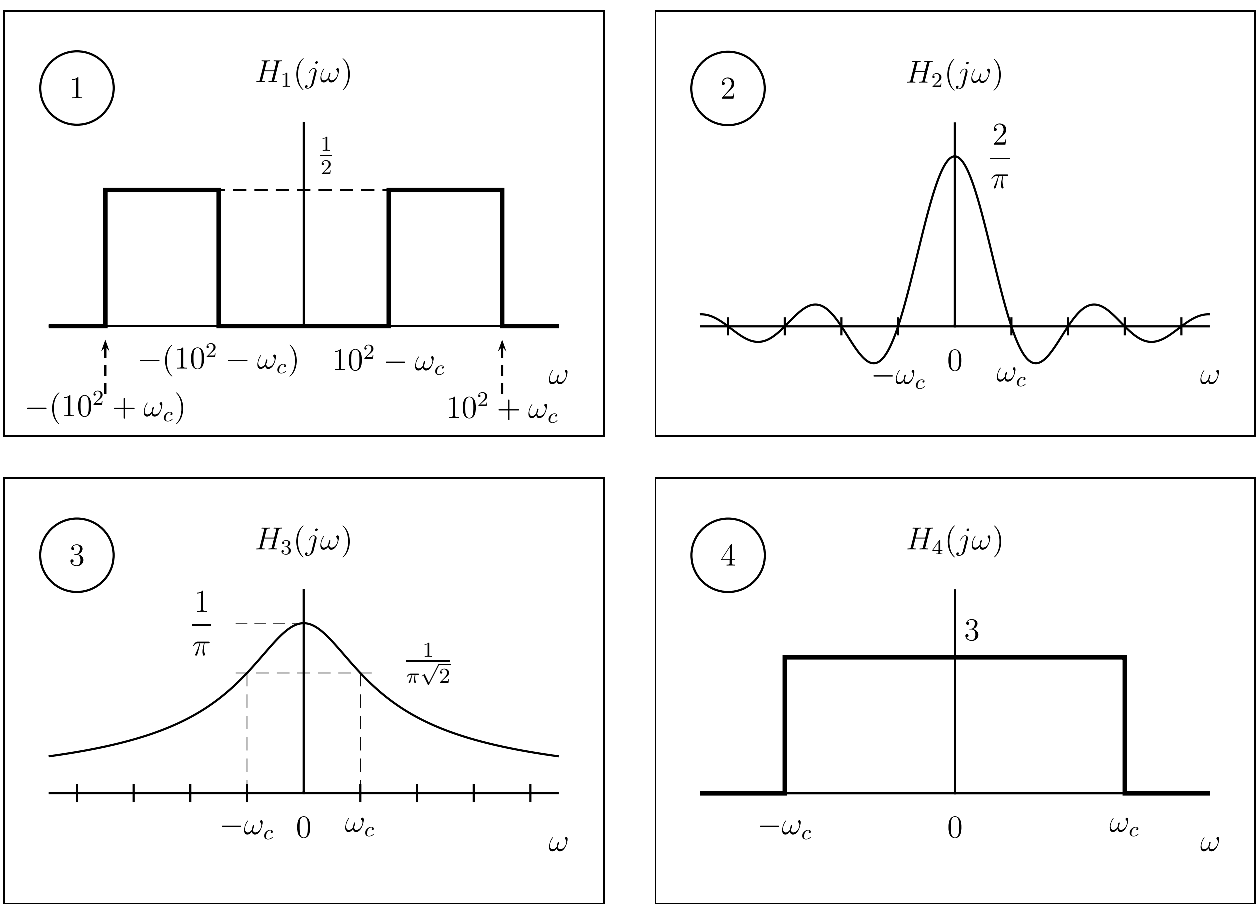
 NOMBRE: ________________________________

Página de trabajo del problema 1

PROBLEMA 2 (20%)

Apartado a. Relacione la **respuesta a escalón** $s(t)$ que se indica con la respuesta de frecuencia correcta y razone brevemente su respuesta en el espacio correspondiente de la página siguiente.





 NOMBRE: ______________________________________

SISTEMA _______________

Razone brevemente la respuesta al problema anterior (puede demostrar por qué es correcta su su respuesta o por qué no son correctos los otros tres sistemas):

 El problema 2 continúa en la página siguiente.

Apartado b. Halle ω_c y A.

$\omega_c =$ ____________________ $A =$ ____________________

 NOMBRE: ____________________________________

Página de trabajo del problema 2

PROBLEMA 3 (25%)

Apartado a. Determine la transformada de Fourier $R(e^{j\omega})$ de la siguiente secuencia:

$$r[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq M,\ M \text{ es un entero par positivo} \\ 0, & \text{sino.} \end{cases}$$

$R(e^{j\omega}) =$ ____________________________________

Apartado b. Considere la secuencia siguiente:

$$w[n] = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right)\right), & 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{sino,} \end{cases}$$

donde M es tal como se definió en el **apartado a.** Exprese $W(e^{j\omega})$, la transformada de Fourier de $w[n]$ en términos de $\boldsymbol{R}(e^{j\omega})$, la transformada de Fourier del anterior $r[n]$.

$W(e^{j\omega}) =$ ____________________________________

 NOMBRE: ______________________________________

Página de trabajo del problema 3

 El problema 3 continúa en la página siguiente.

Apartado c. ¿Existe un entero par positivo M que hará que $W(e^{j\omega})$ sea real? De ser así, halle los valores de M que cumplan esta restricción. De no ser así, explique por qué.

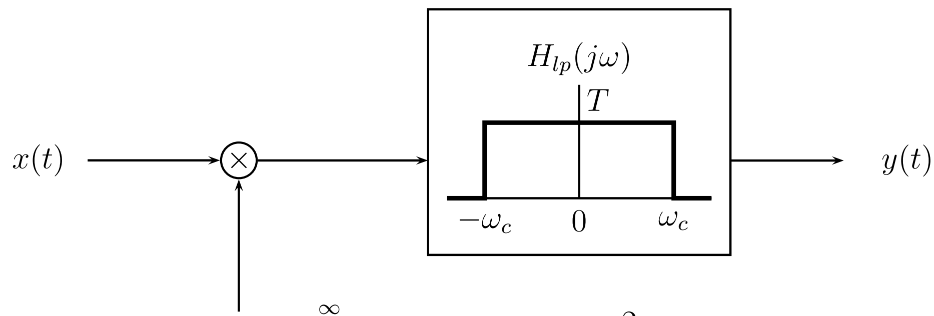
SI	**NO**
Valores de M ________________________	Explicación:

Página de trabajo del problema 3

PROBLEMA 4 (25%)

El apartado a es independiente de los demás apartados de este problema.

Apartado a. Considere el siguiente sistema:



$$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-kT), \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

Para este apartado, suponga que:

$$x(t) = \left(\frac{\sin(4\pi t)}{\pi t}\right)\left(\frac{\sin(2\pi t)}{\pi t}(-1)^t\right),$$

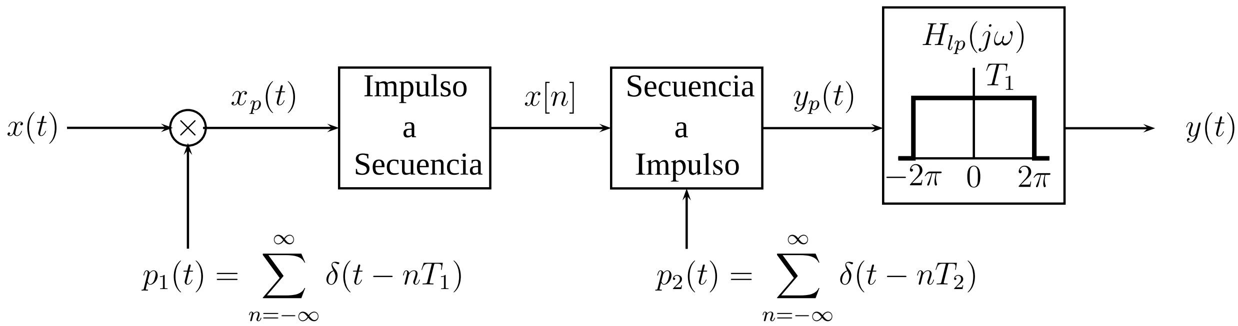
y que $p(t)$ es un tren de impulsos de frecuencia ω_s. $H_{lp}(j\omega)$ es un filtro de paso bajo con ganancia T y frecuencia de corte ω_c. Determine la frecuencia de corte ω_c y una frecuencia ω_0 tal que $y(t) = x(t)$ para cualquier $\omega_s > \omega_0$.

$\omega_0 =$ ______________________________ , $\omega_c =$ ______________________________

Página de trabajo del problema 4

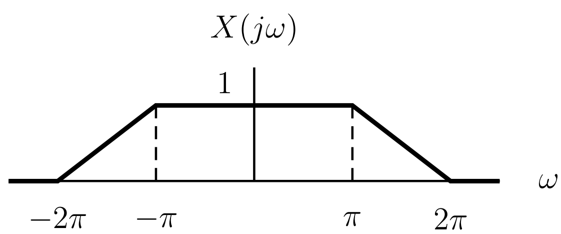
 El problema 4 continúa en la página siguiente.

El resto del problema, consideremos el sistema siguiente:



$p_1(t)$ y $p_2(t)$ son trenes de impulsos con periodos fundamentales T_1 y T_2, respectivamente. $H_{lp}(j\omega)$ es un filtro de paso bajo cuya ganancia es T_1 y cuya frecuencia de corte se encuentra en ω_c. Observe que $x[n] = x(nT_1)$ e $y_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\delta(t - nT_2)$.

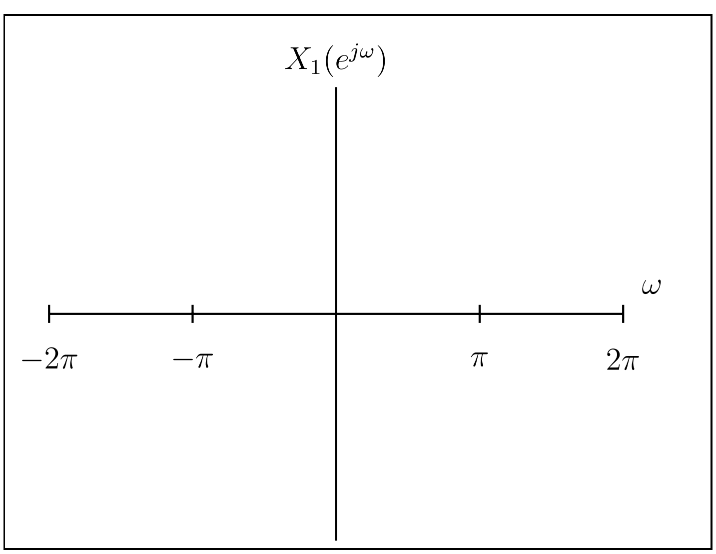
La entrada $x(t)$ es una señal real con límite de banda cuya transformada de Fourier es:

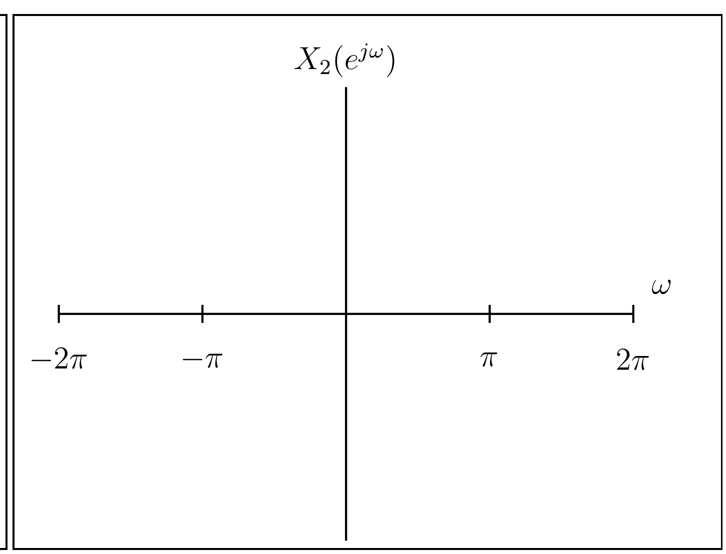


Apartado b. Definamos:

$$
\begin{aligned}
x_1[n] &= x(nT_1), \quad \text{donde } T_1 = 1, \\
x_2[n] &= x(nT_1), \quad \text{donde } T_1 = \frac{1}{3}.
\end{aligned}
$$

En los ejes que se indican a continuación, y en la parte superior de la página siguiente, indique los diagramas etiquetados de $X_1(e^{j\omega})$ y $X_2(e^{j\omega})$ y las transformadas de Fourier de $x_1[n]$ y $x_2[n]$, respectivamente.



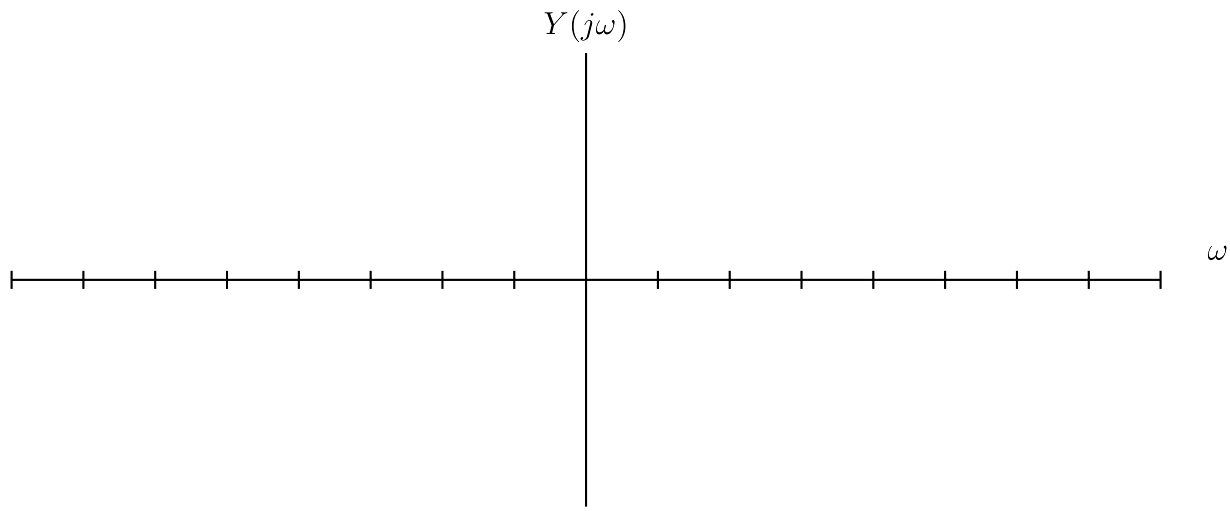


NOMBRE: ______________________________________

Página de trabajo del problema 4

El problema 4 continúa en la página siguiente.

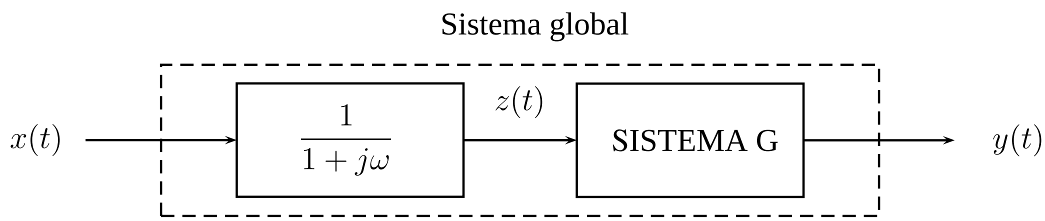
Apartado c. Suponga que $T_1 = \frac{1}{3}$ y $T_2 = \frac{1}{2}$. Realice un diagrama etiquetado de $Y(j\omega)$, y la transformada de Fourier de la salida global $y(t)$.



Página de trabajo del problema 4

PROBLEMA 5 (15%)

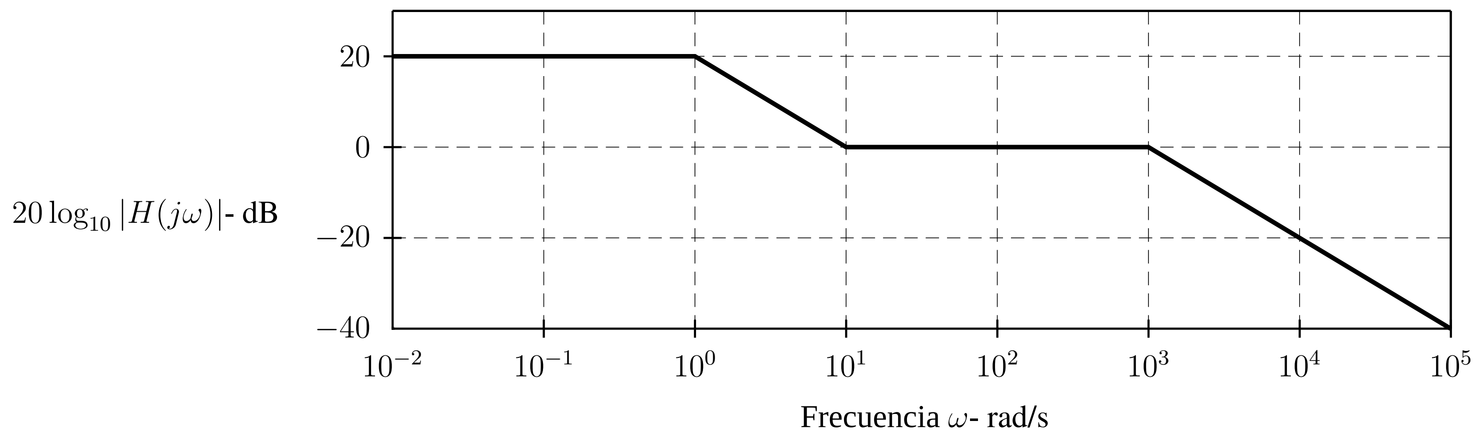
Tenemos la siguiente cascada de dos sistemas LTI de CT:

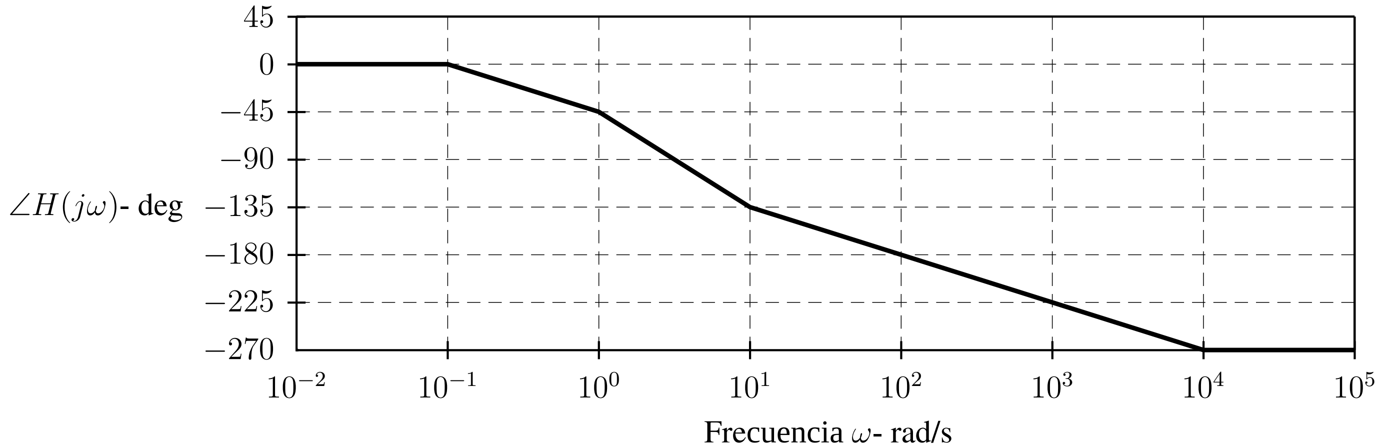


La aproximación de línea recta de los diagramas de Bode del sistema global, $H(j\omega)$ se indica en la página siguiente.

Halle la respuesta de frecuencia, $G(j\omega)$, del SISTEMA G.

$G(j\omega) =$ ____


20
0
$20\log_{10}|H(j\omega)|$- dB
−20
−40
10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3} 10^{4} 10^{5}
Frecuencia ω- rad/s


45
0
−45
−90
$\angle H(j\omega)$- deg
−135
−180
−225
−270
10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3} 10^{4} 10^{5}
Frecuencia ω- rad/s

Página de trabajo

 NOMBRE: ________________________________

Página de trabajo