

6.003: Señales y sistemas – Otoño 2003

Boletín de problemas 5

Distribución: 2 de octubre de 2003

Entrega: 22 de octubre de 2003

AVISO: la prueba 1 tendrá lugar el martes 14 de octubre por la tarde, de 7:30 a 9:30 . La prueba incluirá el material tratado en los capítulos 1-3 de O&W, las clases y las clases de repaso hasta el 26 de septiembre, los boletines de problemas 1-3, y el apartado del boletín de problemas 4 que incluye los problemas del capítulo 3.

Trabajos de lectura:

Clases 9-11, boletín de problemas 5: capítulos 4 y 5 de O&W, además del comienzo del capítulo 6 (hasta la sección 6.1)

Clases 12 y 13, boletín de problemas 6: capítulos 6 y 7 (hasta la sección 7.2) y capítulo 8 (hasta la sección 8.4) de O&W.

A TENER EN CUENTA: el tiempo establecido para completar este boletín de problemas es de algo menos de tres semanas, debido no sólo a que en este periodo se lleva a cabo una prueba, sino simplemente a que la programación se ha organizado de esta forma. El resultado es que este boletín de problemas es **más extenso** que los anteriores (y que los siguientes), para, de este modo, ajustarse a lo que se trata en el curso. Distribúyase el tiempo a su juicio, aunque le recomendamos encarecidamente que no lo deje para el final.

Ejercicios para el estudio en casa (no hay que entregarlos. No obstante se facilitarán las soluciones):

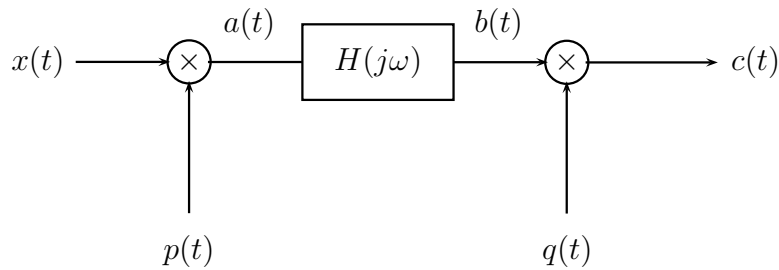
(E1) O&W, problema 4.47

Problemas para entregar:

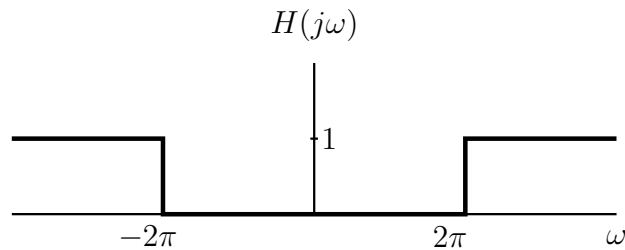
Problema 1: considere la señal $x(t)$ con el espectro descrito en la figura del problema 4.28 (a) de O&W. Dibuje el espectro de:

$$y(t) = x(t) [\cos(t/2) + \cos(3t/2)].$$

Problema 2: considere el sistema que se describe a continuación:



donde $x(t) = \frac{\sin 4\pi t}{\pi t}$, $p(t) = \cos 2\pi t$, $q(t) = \frac{\sin 2\pi t}{\pi t}$, y la respuesta de frecuencia de $H(j\omega)$ vienen dados por:



- Sea $A(j\omega)$ la transformada de Fourier de $a(t)$. Dibuje y marque claramente $A(j\omega)$.
- Sea $B(j\omega)$ la transformada de Fourier de $b(t)$. Dibuje y marque claramente $B(j\omega)$.
- Sea $C(j\omega)$ la transformada de Fourier de $c(t)$. Dibuje y marque claramente $C(j\omega)$.
- Calcule la salida $c(t)$.

Problema 3: O&W, problema 4.44. Además de realizar los apartados (a) y (b), responda a lo siguiente:

- Halle la ecuación diferencial relacionanda con la entrada y la salida de este sistema.

Problema 4: O&W, problema 5.21, apartados (c) y (g)

Problema 5: transformadas de Fourier de señales de tiempo discreto. Determine la señal que corresponde a cada transformada.

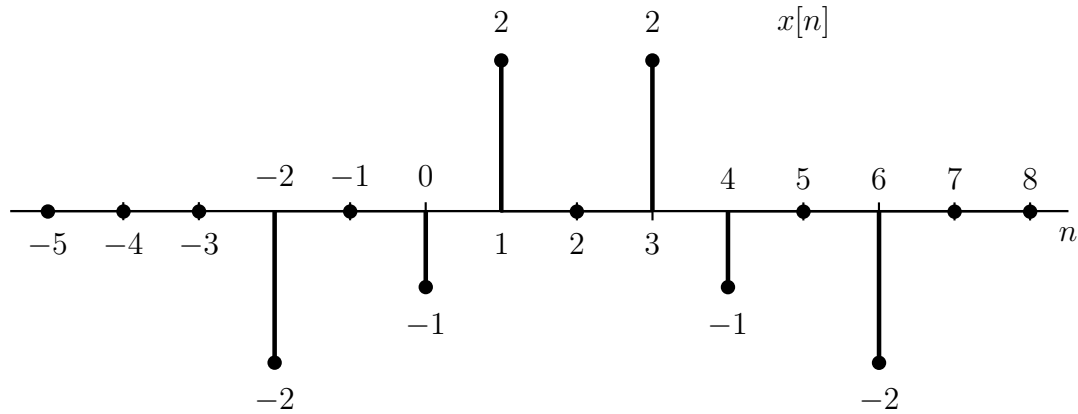
- $X(e^{j\omega}) = 4e^{j4\omega} - e^{j\omega} + 6 + 8e^{-j3\omega} - 16e^{-j11\omega}$

(b)

$$X(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq |\omega| < \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} < |\omega| \leq \pi \\ 0, & \frac{\pi}{4} < |\omega| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(c) $X(e^{j\omega}) = \frac{1 + 3e^{-j3\omega}}{1 + \frac{1}{4}e^{-j\omega}}$

Problema 6: digamos que $X(e^{j\omega})$ indica la transformada de Fourier de la señal $x[n]$ descrita a continuación:



(a) Halle $X(1) = X(e^{j0})$.

(b) Halle α tal que $e^{j\alpha\omega} X(e^{j\omega})$ sea real.

(c) Evalúe $\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) d\omega$.

(d) Halle $X(e^{j\pi})$.

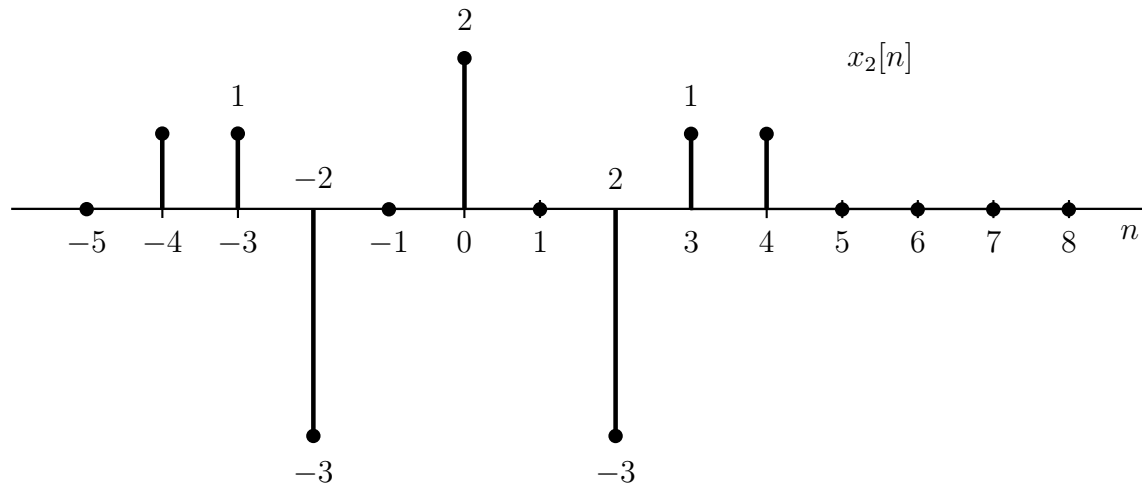
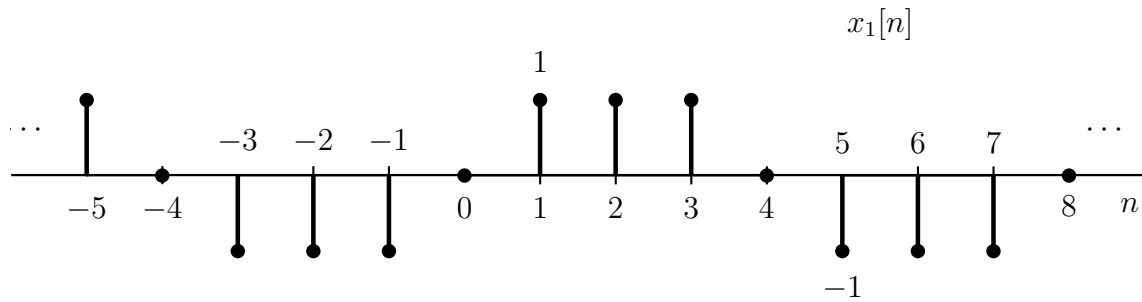
(e) Determine y dibuje la señal cuya transformada de Fourier es $\Re\{X(e^{j\omega})\}$.

(f) Evalúe cada una de las integrales siguientes:

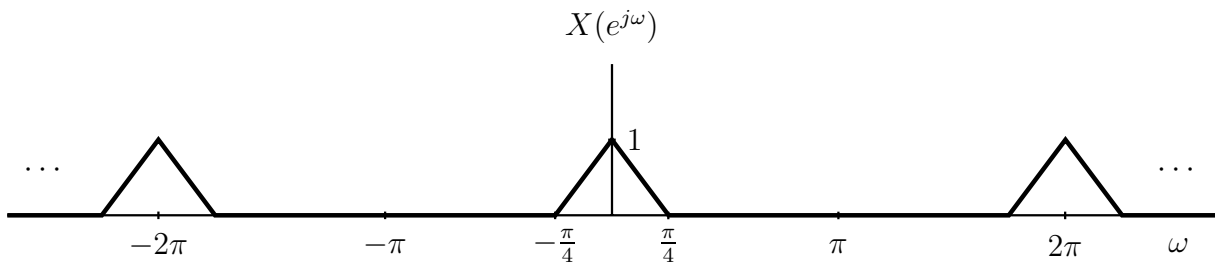
(f.1) $\int_{-\pi}^{\pi} |X(e^{j\omega})|^2 d\omega$

(f.2) $\int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega} \right|^2 d\omega$

Problema 7: responda a las preguntas planteadas en el problema 5.24 de O&W para las dos señales siguientes:



Problema 8: considere la misma pregunta planteada en el problema 5.27 (a) de O&W pero con $X(e^{j\omega})$, tal como se describe a continuación:



y con:

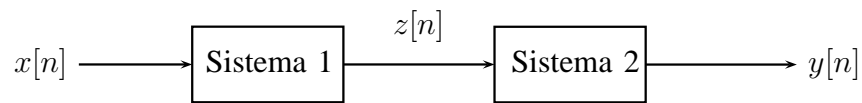
$$p[n] = \cos \pi n - \cos(\pi n/2).$$

Problema 9: responda a las mismas preguntas planteadas en el problema 5.30 (b) de O&W con $x[n]$, tal como se indica en ese problema y para cada una de las siguientes respuestas LTI a muestras unitarias:

$$(a) \quad h[n] = \frac{\sin \pi n/16}{\pi n} - \frac{\sin(\pi n/12)}{\pi n}$$

$$(b) \quad h[n] = \frac{\sin(\pi n/8) \sin(\pi n/2)}{\pi^2 n^2}$$

Problema 10: considere un sistema que consiste en una cascada de dos sistemas LTI, tal como se describe a continuación:



El sistema 1 es un sistema LTI y tiene la siguiente respuesta de muestra unitaria:

$$h_1[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n].$$

El sistema 2 también es un sistema LTI y sabemos que si la entrada es:

$$z[n] = \delta[n] + \frac{1}{2}\delta[n - 1]$$

la salida es:

$$y[n] = 10\delta[n] - \delta[n - 1].$$

Por favor, muestre su trabajo en los apartados que indicamos a continuación:

- ¿Cuál es la respuesta de frecuencia $H(e^{j\omega})$ de todo el sistema?
- Halle la ecuación de diferencias para todo el sistema.
- Halle la respuesta a impulsos de todo el sistema.

Aviso: las respuestas de los 20 primeros problemas de cada capítulo de O&W se incluyen al final del libro. Tenga en cuenta el utilizarlas como práctica adicional al realizar los boletines de problemas o cuando se prepare para las pruebas.