

Fotocopia 10: prueba 2

Escriba su nombre completo en cada página.

Nombre: _____

Problema 1: respuestas cortas (3 puntos cada pregunta)

1. Facilite un *nuevo* lenguaje indecidible y una prueba breve de que así es. (Un “nuevo” lenguaje es uno que no ha sido presentado ni discutido en clase, en la sección de repaso o en el libro de texto).
2. Verdadero o falso : todo subconjunto de un lenguaje irregular es reconocible. Explique brevemente su respuesta.
3. Verdadero o falso: el lenguaje $A = \{ \langle M \rangle : L(M) \text{ es reconocible, o } \overline{L(M)} \text{ es reconocible} \}$ es indecidible. [Observe que tanto $L(M)$ como $\overline{L(M)}$ se puede reconocer (p.ej., si $L(M) = \emptyset$)]. Explique brevemente su respuesta.

4. Considere la máquina:

$M =$ en la entrada w

- (1) Obtenga $\langle M \rangle$ mediante el teorema de recursión.
- (2) Simule $\langle M \rangle$ en w .
- (3) Si $\langle M \rangle$ acepta a w , rechace.
- (4) Si $\langle M \rangle$ rechaza a w , acepte.

¿Puede existir dicha máquina? Si es así, ¿qué lenguaje tiene? Si no es así, ¿por qué no? (¿Cuál es la contradicción que resulta?).

5. Verdadero o falso: si A y B son lenguajes tales que $A \leq_m (A \cup B)$, donde B es decidible, entonces A es decidible. Explique brevemente su respuesta.

Nombre: _____

Problema 2 : (15 puntos) demuestre que existe una máquina de Turing M que acepta exactamente una cadena: $\langle M \rangle$, la codificación de M . Para los objetivos de este problema, suponga que cada máquina de Turing A tiene una representación única $\langle A \rangle$. (Consejo: teorema de recursión).

Nombre: _____

Problema 3 : (15 puntos) sea

$$L = \{ \langle M_1, M_2 \rangle : M_1 \text{ y } M_2 \text{ son máquinas de Turing y } L(M_1) \subseteq L(M_2) \}$$

Demuestre que L es indecidible.

Nombre: _____

Problema 4 : (15 puntos) sean A y B dos lenguajes inconexos. Decimos que un lenguaje C *se separa* de A y B si $A \subseteq C$ y $B \subseteq \bar{C}$. Demuestre que A y B son lenguajes inconexos y que los dos son co-reconocibles, y además que A y B están separados por algún lenguaje decidable C . (Consejo: considere ejecutar en paralelo los enumeradores para \bar{A} y \bar{B}).

Nombre: _____

Problema 5: (15 puntos) una *máquina de reajuste hacia la derecha* (RRM) es parecida a una máquina de Turing ordinaria (con una cinta semi-infinita), excepto que en cada escalón el cabezal puede: a) moverse un cuadro hacia la derecha o, b) desplazarse hacia atrás hasta el cuadro situado más a la izquierda (un “reajuste” del cabezal).

Este problema consta de tres partes. En cada una de ellas puede suponer el resultado de las partes anteriores:

1. Suponga que el alfabeto de la cinta de una RRM consta de dos tipos de caracteres: letras y letras con sombrero $\hat{}$. Suponga que exactamente una celda de la cinta contiene una letra con sombrero. Demuestre cómo desplazar el sombrero una celda a la derecha. (Es decir, mantenga las mismas letras moviendo únicamente el sombrero).
2. Suponga que exactamente una celda de la cinta contiene una letra con sombrero. Demuestre cómo desplazar el sombrero una celda hacia la derecha. Si lo desea, puede ampliar el alfabeto de la cinta para incluir un segundo tipo de sombrero $\tilde{}$.
3. Demuestre que las RRM son tan potentes como las máquinas de Turing.