

Fotocopia 15: prueba 3

Escriba su nombre completo en cada página.

Nombre: _____

Problema 1: preguntas difíciles (3 puntos cada una)

1. Verdadero o falso. Si todas las funciones f_1, f_2, f_3, \dots son computables en tiempo polinomial, la función $g(x) \stackrel{\text{def}}{=} f_1(f_2(\dots))$ (es decir, en una entrada de longitud n aplicamos las primeras funciones n) también es computable en tiempo polinomial. Explique brevemente su respuesta.
2. Proporcione un lenguaje $L \in NP$ tal que $L \leq_p \bar{L}$.
3. Verdadero o falso: si $A \leq_p B$, $B \leq_p C$ y tanto A como C son NP completos, entonces B es NP completo. Explique brevemente su respuesta.
4. Verdadero o falso: el problema acerca de determinar si un gráfico G tiene un clique 7 es NP completo. Explique brevemente su respuesta.
5. Verdadero o falso: dado un conjunto de números enteros S , el problema acerca de decidir si se puede dividir en 3 subconjuntos inconexos que compartan la misma suma es NP completo. Explique brevemente su respuesta.

Nombre: _____

Problema 2: (15 puntos) demuestre que el lenguaje siguiente es NP completo.

$$GRÁFICO - INCLUIR = \left\{ \langle G_1, G_2 \rangle : \begin{array}{l} G_1 \text{ y } G_2 \text{ son gráficos indirectos y } G_2 \\ \text{se puede incluir dentro de } G_1 \end{array} \right\}$$

(Un gráfico B se puede incluir en un gráfico A si se puede conseguir que B entre en un subgráfico de A mediante el reetiquetado de los nodos. Es decir, B se puede incluir dentro de A si existe una función f desde los nodos de B a los nodos de A , tal que haya un borde entre los nodos n_1 y n_2 en B en el caso de que exista un borde entre $f(n_1)$ y $f(n_2)$ en A). Consejo: considere $CLIQUE$.

Nombre: _____

Problema 3: (15 puntos) el problema del *LADRÓN DE TIENDAS* es el siguiente: tiene ante usted una serie de objetos n_1, n_2, \dots, n_k . Cada objeto tiene un tamaño s_1, s_2, \dots, s_k y un valor v_1, v_2, \dots, v_k . Dispone de una mochila que tiene un tamaño límite B y un objetivo de valor V . Halle un conjunto de objetos S que quepan en su mochila.

$$\sum_{n_i \in S} s_i \leq B$$

cuyo valor general es superior al objetivo de valor:

$$\sum_{n_i \in S} v_i \leq V$$

Demuestre que el problema del *LADRÓN DE TIENDAS* es *NP* completo. (Consejo: considere el caso donde $s_i = v_i$ para todo i).

Nombre: _____

Problema 4: (15 puntos) demuestre que $P = NP$. Existe un algoritmo de tiempo polinomial que recoge un gráfico indirecto G y devuelve: a) un ciclo hamiltoniano en G , si existe uno y, b) una salida especial \perp si no existe uno.

Fíjese que su algoritmo debe devolver el ciclo por sí mismo.

Nombre: _____

Problema 5: (15 puntos) recuerde la clase sobre los lenguajes $co-NP$:

$$L \in NP \Leftrightarrow \bar{L} \in co-NP$$

Un lenguaje L es $co-NP$ si:

1. $L \in co-NP$, y
2. $\forall A \in co-NP, A \leq_p L$

Considere el lenguaje:

$$TAUT = \left\{ \phi : \begin{array}{l} \phi \text{ es una fórmula booleana y } \phi \text{ es verdadero} \\ \text{bajo toda asignación} \end{array} \right\}$$

Demuestre que $TAUT$ es $co-NP$ completo. (Puede suponer que el lenguaje $BOOL = \{w : w \text{ es una fórmula booleana}\}$ se ha incluido en P).