1.203J/6.281J/13.665J/15.073J/16.76J/ESD.216J
Métodos de planificación de logística y transporte, otoño 2001

Trabajo 4

LO se refiere al libro de texto, *Urban Operations Research*, de Larson y Odoni.

1. Problema 4.12 LO

2. Tenemos un centro de servicio al que llegan, conforme a una distribución de Poisson, clientes de tipo 1 y de tipo 2 con una tasa $\lambda_1 = 18$ por hora y $\lambda_2 = 18$ por hora, respectivamente. El tipo de servicio es FIFO (*first in, first out*) y los tiempos de servicio son constantes: 1, 5 minutos para cualquiera de los dos tipos de clientes. El coste de espera por minuto es de 2$ para los clientes del tipo 1 y de 3$ para los del tipo 2. En todo momento las condiciones son de estado estacionario.

   (a) Hállese el coste interno y el coste externo asociados a un cliente marginal del tipo 1, repitiendo el cálculo para el coste interno y externo asociado a un cliente del tipo 2. ¿Qué resulta de la comparación entre ambos costes externos? ¿Por qué?

   Imaginemos ahora que, para el resto del problema, el servicio dura exactamente 1 minuto para los clientes del tipo 1 y exactamente 2 minutos para los del tipo 2. El coste de espera por minuto continúa siendo de 2 y 3 dólares para los usuarios del tipo 1 y del tipo 2, respectivamente.

   (b) ¿Cuál es el coste total previsto del tiempo de espera por hora en el centro de servicio? Dé una respuesta numérica.

   (c) Supongamos que las personas al cargo del centro de servicio deciden aplicar un "derecho de acceso" de x$ que debe pagar todo usuario, de cualquier tipo, que llegue al centro solicitando servicio. $\lambda_1(x)$ y $\lambda_2(x)$ indican, respectivamente, la tasa de demandas por hora para usuarios del tipo 1 y del tipo 2 cuando el derecho de acceso es *x*$. El coste total de utilización del centro de servicio para cada cliente será entonces la suma del derecho de acceso y del coste del tiempo de espera. Formule una expresión que describa, para este caso, el coste total previsto por hora que soportan todos los usuarios del centro de servicio. La expresión deberá contener únicamente *x*, $\lambda_1(x)$ y $\lambda_2(x)$ como variables.

3. Volvamos al caso de la peluquería de Vincent, descrito en el problema 3 de la prueba 1, más concretamente a la situación descrita en el apartado (a) de dicho problema (en el local hay un sillón de peluquero y dos sillas para los clientes que esperan, y la disciplina de cola es FIFO). Imaginemos ahora que, aunque las llegadas de clientes potenciales a la peluquería siguen un proceso de Poisson de tasa λ, los tiempos de servicio vienen descritos por una función de densidad de probabilidad Erlang 2 (véase la sección 2.50 del libro de texto) con un valor previsto de $1/\mu$. (Téngase en cuenta que una variable aleatoria Erlang 2 de valor $1/\mu$ puede contemplarse como la suma de dos variables independientes, aleatorias y exponenciales negativas, cada una de ellas con un valor previsto de $1/2\mu$).

   (a) Dibuje un diagrama de transición entre estados para este caso. Asegúrese de definir con claridad los estados de este sistema de colas y de mostrar las tasas de transición.

   (b) Para el supuesto $\lambda = \mu$, formule un conjunto de ecuaciones que le permitan calcular las probabilidades de estado estacionario del sistema de colas. No olvide indicar todas las ecuaciones que vaya a necesitar. NO CALCULAR LAS PROBABILIDADES DE ESTADO ESTACIONARIO.

   (c) *Desde el punto de vista de las probabilidades de estado estacionario*, P_i, formule una expresión para W_q, la cantidad prevista de tiempo que un usuario aleatorio pasará esperando hasta ser atendido por el peluquero con el sistema en estado estacionario. La expresión deberá ser válida para cualquier valor de λ y μ. (Nota: NO CALCULAR LAS PROBABILIDADES DE ESTADO ESTACIONARIO. Se da por hecho que ya son conocidas).

(d) Supongamos ahora que Vincent ha añadido a su local un número de sillas lo bastante alto como para que en la práctica nunca se pierdan clientes por falta de espacio para esperar. Para el supuesto en que $\lambda = 0{,}9\mu$, calcule L, el número previsto de clientes que acuden a la peluquería en cualquier momento aleatorio con el sistema en estado estacionario. Dé una respuesta numérica.

4. El mismo enunciado del problema 4.13 LO, pero con una modificación importante: la capacidad de la cola que se forma delante de Q.S 3 es 0, no 1. Este cambio disminuye de manera significativa el número de estados que hay que tener en cuenta. Para resolver este problema, intente en primer lugar identificar todos los posibles estados y, a continuación, dibuje el diagrama de transición entre estados. Es muy posible que necesite usar más papel, ya que el primer diagrama que dibuje quedará bastante desorganizado.