

## 6.302 Sistemas de retroalimentación

Otoño 2002  
Boletín de problemas 3

Fecha de distribución: 16 de septiembre de 2002  
Fecha de entrega: lunes, 30 de septiembre de 2002

---

### Problema 1. Prácticas del lugar de las raíces.

Para cada una de las cuatro transmisiones  $L(s)$  de bucle que se enumeran a continuación, dibuje el lugar de las raíces a medida que la ganancia varíe de infinito negativo a infinito positivo.

1.

$$\frac{K}{\left(\frac{2}{3}s + 1\right)(s^2 + 6s + 10)} \quad (8)$$

2.

$$\frac{K}{s(s + 2)(s + 3)(s + 100)} \quad (9)$$

3.

$$\frac{K(s + 100)(s + 200)}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)} \quad (10)$$

4.

$$\frac{K(s^2 + s + 1)}{s^3} \quad (11)$$

En cada uno de los casos (donde proceda):

- Indique aquellas partes del lugar que correspondan a valores positivos y negativos de  $K$ .
- Determine las ubicaciones de todos los puntos de estado inicial de arranque y de entrada de los ejes reales, así como las de los valores asociados de  $K$  en estos puntos.
- Calcule los cruces de los ejes imaginarios y los valores relacionados de  $K$ . El criterio de Routh puede serle útil en este caso (véase el libro “*Circuits, Signals, and Systems*” del curso 6.003, para refrescar la memoria).
- Determine los centroides y las direcciones de las asíntotas para  $s$  grande.
- Determine los puntos en el lugar de las raíces en los que  $K = 0$  y  $K = +\infty$  y  $-\infty$ .

Una vez haya realizado estos cálculos de forma manual, no dude en verificar su trabajo con la ayuda de MATLAB o cualquier otro software parecido. No es necesario que entregue los diagramas que ha realizado con MATLAB.

**Problema 2.** Diseño del lugar de las raíces.

Le proporcionan la siguiente sistema de retardo dual sencillo (tal y como se muestra en la Figura 1). Podría representar un control de nivel de 2 tanques, un control de temperatura con dos capacitancias térmicas en serie o un control de velocidad del motor.

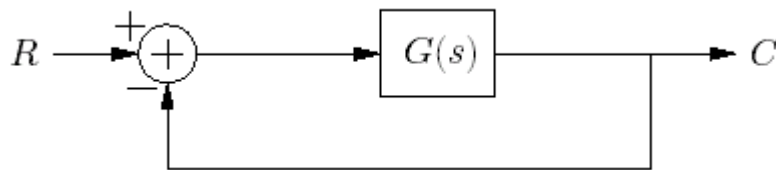


Figura 1. Sistema sin compensar.

$$G(s) = \frac{K}{(s + 1)(s + 2)} \tag{12}$$

1. Dibuje el lugar de las raíces de la planta sin compensar  $G(s)$  para valores positivos de la ganancia  $K$ . Halle el valor de  $K$  que hace que  $\zeta = 0,707$ . ¿Cuál es la constante de tiempo del sistema que resulta?

Se coloca un compensador proporcional-derivativo (PD) de la forma que se indica en la ecuación 13 en serie con la planta, tal y como se muestra en la Figura 2.

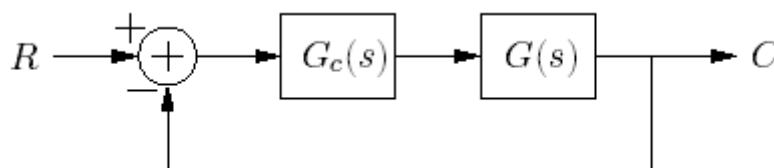


Figura 2. Sistema compensado.

$$G_c(s) = K_c + K_d s \tag{13}$$

2. Utilizando el valor de  $K$  que halló en el apartado 1, derive la función de transferencia de la cadena de acción para el diagrama anterior. Suponga que el cero se encuentra a la izquierda de los polos y dibuje el lugar de las raíces para los valores positivos de la ganancia  $K_d$ .
3. A continuación, desea utilizar el controlador PD para disminuir la constante de tiempo en un factor de 2 mientras retiene  $\zeta = 0,707$ . ¿Donde ubicará el cero? ¿Cuáles son los valores de  $K_c$  y  $K_d$ ? Si existe más de una posibilidad, razone las restantes posibilidades.

**Problema 3.** Error de régimen permanente y lugar de las raíces.

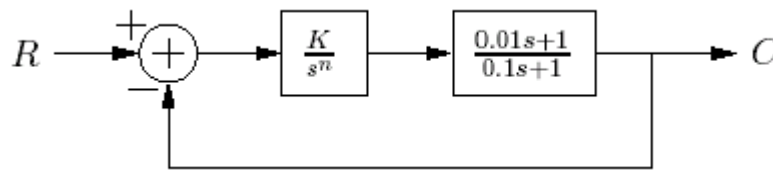


Figura 3. Sistema de error de régimen permanente.

1. Prepare una tabla que ilustre el error de régimen permanente para un escalón, una rampa y una parábola para  $n = 0, 1, 2$ . En los apuntes de clase hay un ejemplo que puede seguir.
2. Dibuje el lugar de las raíces para  $k > 0$  en los tres casos que se indican en el problema anterior (p.ej.  $n = 0, 1, 2$ ).
3. Dibuje el lugar de las raíces para  $k < 0$  para  $n = 0, 1$ .

**Proyecto 3 de computadora:** respuesta de tiempo y respuesta en frecuencia

Sería conveniente que utilizase Octave, MATLAB o un software similar para completar este proyecto de computadora, que posiblemente le será útil a la hora de guardar su trabajo como referencia para futuros proyectos. Le rogamos entregue las copias impresas claramente etiquetadas.

El objetivo de este proyecto es investigar la relación que existe entre la respuesta de tiempo y la respuesta en frecuencia de los sistemas lineales. Realice una tabla con la función de transferencia y las expresiones correspondientes al tiempo de subida, ancho de banda, punto de magnitud máxima, punto de frecuencia máxima, sobrecarga de pico, tiempo hasta el pico y 2% de tiempo de asentamiento.

Sistema de primer orden.

$$H_1(s) = \frac{1}{s + 1}$$

Sistema de segundo orden.

$$H_2(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Realice los diagramas y los números necesarios para el conjunto de valores siguiente:

- $\omega_n$  se mantiene constante a 5 rps y cinco valores de  $\zeta$  que oscilan entre 0,1 y 1, incluyendo el valor de 0,707.
- $\zeta = 0,5$  y cinco valores de  $\omega_n$  que oscilan entre 2 y 50 (sin incluir  $\omega_n = 5$ ).
- $\zeta \omega_n = 2,5$  para cinco valores diferentes de  $\zeta$  o de  $\omega_n$  (es decir, si  $\zeta = 0,2$ ,  $\omega_n = 2,5 = 0,2 = 12,5$ ).

Debería tener ya 15 pares  $\zeta - \omega_n$ . Con estos valores, realice los diagramas siguientes (el primer elemento de la lista debería ubicarse en el eje x).

1.  $\zeta$  frente a punto de magnitud máxima.
2. Punto de magnitud máxima frente a sobrecarga de pico.
3. Tiempo de subida frente a ancho de banda.