

## 6.302 Sistemas de retroalimentación

Otoño 2002  
Boletín de problemas 4

Fecha de distribución: 30 de septiembre de 2002  
Fecha de entrega: lunes, 7 de octubre de 2002

---

**Problema 1.** Más práctica acerca del lugar de las raíces.

Dibuje, en el caso de las siguientes transmisiones de bucle, el lugar de las raíces para los valores negativo y positivo de  $K$ ; localice los puntos de interés (centroides, puntos de entrada y de salida, etc.) y especifique si el sistema de bucle cerrado será alguna vez estable.

1.

$$L(s) = \frac{K(s^2 + 1)}{(s + 1)} \quad (14)$$

2.

$$L(s) = \frac{K(s + 1)(s + 2)}{s^3(s + 10)^2(s + 100)^2} \quad (15)$$

3.

$$L(s) = \frac{Ks(s + 1,5)}{(s + 4)(s + 1)(8s - 1)(8s - 7)} \quad (16)$$

**Problema 2.** Lugar de las raíces desconocido.

Digamos que está usted realizando el examen final del curso 6.302 y al volver la segunda página de la hoja de examen se encuentra el diagrama de bloques de la Figura 1.

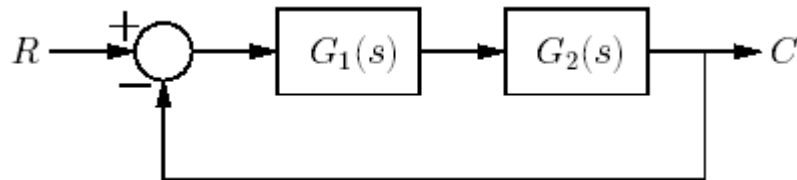


Figura 1. Sistema de tensión elevada.

donde,

$$G_1(s) = \frac{0.9(s + \frac{8}{9})}{(s + \frac{8}{10})} \quad G_2(s) = \frac{K}{(s + 0.8)(s^2 + 0.6s + 64.09)}$$

Para ponerle en una situación más difícil si cabe, en el examen se le pide que responda a las siguientes preguntas:

1. Dibuje (a mano) la respuesta a escalón de  $G_1(s)$ . ¿Cómo se denomina este tipo de comportamiento? ¿Por qué es recomendable evitar dicho comportamiento?
2. Dibuje el lugar de las raíces de  $L(s) = G_1(s)G_2(s)$ .
3. Utilice MATLAB para dibujar la respuesta a escalón de  $\frac{C}{R}(s)$  con  $K = 1$ . Explique las características atípicas de este diagrama.

**Problema 3: Nyquistmanía.**

Una de las características más atractivas del criterio de Nyquist es que proporciona un método conveniente para predecir qué valores de  $K$  caerán en una región en particular del plano complejo. En la mayoría de las circunstancias, solamente nos interesa saber en qué momento dejarán los polos del bucle cerrado el plano de la mitad izquierda. En lugar de limitarnos a esta aplicación mundana de tan poderosa herramienta, considere el problema siguiente. A la hora de diseñar un sistema de retroalimentación, es necesario que las especificaciones del sistema tengan un ratio de amortiguación menor que  $\cos^{-1}(\frac{\pi}{4})$ . Utilice las Figuras 2 y 3 para cumplir esta especificación.

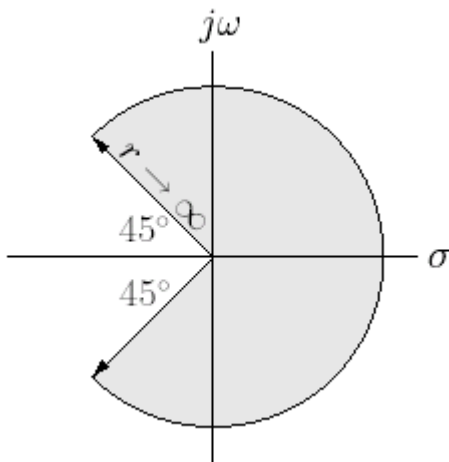


Figura 2. Contorno de Nyquist.

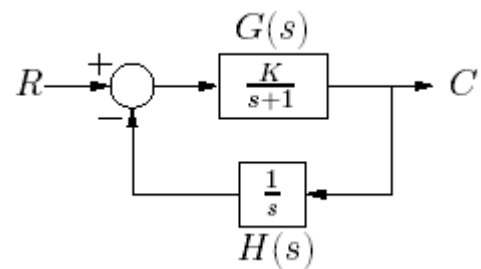


Figura 3. Diagrama de bloques.

1. Dibuje un diagrama de Nyquist para la transmisión de bucle  $L(s) = G(s)H(s)$  y el contorno de Nyquist que se dio anteriormente. Determine los valores positivos y negativos de  $K$  para los que los polos del sistema de bucle cerrado se hallan fuera de la región sombreada. Determine, para estos valores de  $K$ , la cantidad de polos que se ubican en la región sombreada de la información del círculo en el diagrama.
2. Trace la respuesta de  $c(t)$  para  $r(t) = t$ , es decir, una rampa unitaria y el valor de  $K$ , siendo tal que los polos del sistema de bucle cerrado se hallen justo en el borde de la región sombreada.

Suponga que  $K > 0$ . ¿Cuál es el valor de  $t_p$  para este  $c(t)$  en particular?

**Proyecto 4 de computadora:** lugar de las raíces.

Sería conveniente que utilizase Octave, MATLAB o un software similar para completar este proyecto de computadora, que posiblemente le será útil a la hora de guardar su trabajo como referencia para futuros proyectos. Le rogamos entregue las copias impresas claramente etiquetadas.

Técnicas de compensación mediante reglas del lugar de las raíces.

1. Recientemente le contrataron como asesor de una pequeña facultad de artes liberales ubicada en la ensenada. Allí se encuentran algo afligidos por el hecho de que están utilizando la retroalimentación y no consiguen que el sistema sea estable. Después de echarle un vistazo, usted descubre que el sistema es, de hecho, un integrador doble. Decide que la mejor manera de compensar el sistema es en un bucle de retroalimentación unitario con un compensador de serie. Es decir, la función de transferencia de la cadena de acción es:

$$L(s) = \frac{KG_c(s)}{s^2},$$

donde  $G_c$  es el bloque de compensación.

- (a) Suponga que  $G_c = 1$ . ¿Es posible estabilizar el sistema modificando únicamente el valor de  $K$ ? Realice un diagrama del lugar de las raíces que demuestre su respuesta.
- (b) Decide utilizar un compensador de adelanto, es decir, un compensador con un cero de baja frecuencia y un polo a una frecuencia superior. Siendo consciente de las reglas del lugar de las raíces, sabe que el polo debe ubicarse a una frecuencia lo suficientemente alta para que no afecte a los polos y a los ceros cercanos al origen. Escriba una función de transferencia para el compensador que tenga la siguiente forma:

$$G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1}$$

2. Dado el éxito obtenido con el compensador, usted decide tratar de estabilizar un integrador triple de una forma similar. Su cadena de acción es:

$$L(s) = \frac{KG_c(s)}{s^3},$$

y decide compensar el sistema utilizando dos compensadores de adelanto,

$$G_c(s) = \frac{(s + 2)^2}{(s + 100)^2}.$$

- (a) Realice un diagrama del lugar de las raíces para ganancias positivas y negativas del sistema compensado y sin compensar. Halle el margen de  $K$  en el que el sistema compensado es estable
- (b) Utilizando  $K = 2,5 \times 10^5$ , trace la respuesta a escalón de bucle cerrado.