8.07 Tareas para casa 5

Problema 1. Una distribución de carga acimutalmente simétrica produce un potencial V (r, θ). En el eje z ($\theta = 0$) el potencial viene dado por:

$$V(r,0) = V_0\left(1 - \frac{r^2 - a^2}{r\sqrt{r^2 + a^2}}\right), \quad r > a.$$

Halle los dos términos principales para el potencial $V(r, \theta)$ cuando $r >> a$.

Problema 2. Se coloca una carga q a una distancia z del centro de una esfera conectada a tierra de radio a (menor que z). Aumente el potencial debido a la carga en lo que respecta a las soluciones axiales básicas. Aumente el potencial debido a la distribución de carga en la esfera en cuanto a las soluciones básicas con coeficientes indeterminados. Fije el valor de estos coeficientes utilizando la pertinente condición de contorno. Demuestre que el potencial debido a la esfera se puede considerar como el potencial de una carga de imagen puntual de la fuerza y posición esperada.

Problema 3. Griffiths 3.20 (pág.145).

Problema 4. Griffiths 3.22 (pág.145)

Problema 5. Griffiths 3.23 (pág.145)

Problema 6. Basado en el problema 3.3 de Jackson (desafío).
Un disco conductor circular, del gado y plano de radio R se encuentra ubicado en el plano x–y con centro en el origen y se mantiene a un potencial fijo V. Teniendo la información de que la densidad de carga en un disco con potencial fijo es proporcional a $(R^2 - \rho^2)^{-1/2}$, donde ρ es la distancia fuera del centro del disco, demuestre que para $r > R$:

$$V(r,\theta) = \frac{2V}{\pi}\frac{R}{r}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(-1)^l}{2l+1}\left(\frac{R}{r}\right)^{2l} P_{2l}(\cos\theta)\,.$$

Calcule la capacitancia del disco.

Problema 7. Para un dipolo de momento dipolar $\vec{p}$ ubicado en el origen, el potencial es:

$$V(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\vec{x}}{|\vec{x}|^3}$$

Calcule el campo eléctrico de $\vec{E} = -\nabla V$, y obtenga el resultado en la ecuación (3.104) de la página 155 de Griffiths. Demuestre también que este resultado es equivalente al citado en la ecuación (3.103), pág.153.

Problema 8. Griffiths 3.41 (pág.156).

Problema 9. Tensores bajo rotaciones – Ejercicios.
(i) Considere un tensor M_{ij} . Demuestre que det(M) es un escalar bajo rotaciones.
(ii) Considere un tensor antisimétrico A_{ij} . Demuestre que se puede rescribir como $A_{ij} = \epsilon_{ikj}\, v_k$ proporcionando una expresión explícita para v_k. Demuestre que v_k es un seudo vector.