

8.07 Tareas para casa 6

Problema 1. Halle los componentes del tensor cuadrupolar para una distribución de carga axialmente simétrica que consta de tres discos ubicados en $z = 0$ y $z = \pm h$ (todos paralelos al plano xy). El disco central lleva una carga $+2q$ y tiene un radio rms r_0 para la distribución de carga. Los dos discos exteriores son idénticos y cada uno lleva una carga q y tiene un radio rms de r_1 . Utilice un polinomio de Legendre para escribir el término principal en el potencial para largas distancias.

Problema 2. Halle los componentes del tensor cuadrupolar para el elipsoide sólido cargado de forma uniforme,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 ,$$

respecto a la carga total $+q$ y a, b, c . ¿Tiene su respuesta el comportamiento correcto cuando $a = b = c$? Demuestre que cuando $a = b$ y $c = a + \epsilon$, con un valor muy pequeño de ϵ $Q \equiv Q_{33}/q \approx \frac{4}{5} \frac{\epsilon}{a} a^2$

Problema 3. (i) Griffiths 5.3. (pág.208). (ii) Griffiths 5.6 (pág.214).

Problema 4. (Desafío) Basado en el problema 5.1 de Jackson – Potencial escalar magnético para bucles de corriente. A partir de la expresión diferencial,

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} d\mathbf{l}' \times \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3}$$

para la contribución para la inducción magnética $d\mathbf{B}$ en \mathbf{x} debida a un elemento de corriente ($I d\mathbf{l}'$) en \mathbf{x}' , demuestre que, para un bucle cerrado portador de una corriente I , la inducción magnética en P es:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \nabla \Omega$$

donde Ω es el ángulo sólido delimitado por el bucle en el punto P . Por consiguiente, $\mathbf{B} = -\nabla V_M$, donde el “potencial magnético” V_M de un bucle es $V_M = -\frac{\mu_0 \Omega I}{4\pi}$.

Problema 5. Considere un bucle de radio a que se encuentra ubicado en el plano xy , centrado en el origen y que porta una corriente I . Calcule el campo magnético en el eje z utilizando: (i) la fórmula de la integral de Biot-Savart y, (ii) el potencial magnético

$$V_M = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \Omega .$$

Problema 6. Un solenoide circular recto de longitud finita L y radio a tiene N vueltas por unidad de longitud y es portador de una corriente I . Demuestre que, en el límite

$NL \rightarrow \infty$, la inducción magnética en un punto P en el eje del cilindro y entre los bordes izquierdo y derecho del cilindro viene dada de la forma siguiente:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2)$$

donde los ángulos $0 < \theta_1, \theta_2 \leq \pi/2$ son el resultado del trazado de una línea de unión entre P y los bordes izquierdo y derecho del cilindro respecto al eje.

Problema 7. Griffiths 5.24 (pág. 239)