

MAS 160/510 – Boletín de problemas n° 3

1. Funciones base

Es posible utilizar la definición de ortonormalidad para derivar conjuntos de funciones base. Lo que utilizaremos aquí es una versión simple de lo que se conoce con el nombre de Procedimiento de Graham-Schmidt.

Asumamos que estudiamos nuestras funciones únicamente en el intervalo $(0 \leq t \leq 1)$. En primer lugar, seleccionamos alguna función base $\phi_0(t)$ de tal forma que cumpla la condición

$$\int_0^1 \phi_0(t) dt = 1$$

A continuación, un segundo miembro del conjunto base $\phi_1(t)$ debe cumplir

$$\int_0^1 \phi_1^2(t) dt = 1$$

y

$$\int_0^1 \phi_0(t)\phi_1(t) dt = 0;$$

un tercer miembro $\phi_2(t)$ debe satisfacer las tres ecuaciones, etcétera.

- (a) Considere (en el intervalo que va de 0 a 1) las funciones base

$$\phi_0(t) = At$$

y

$$\phi_1(t) = Bt^2 + Ct$$

¿Qué valores de A y B se necesitan para que sean ortonormales en el intervalo?

- (b) Represente estas dos funciones base en el intervalo $(0 \leq t \leq 1)$.
- (c) ¿Cuáles son los coeficientes para una aproximación a la serie (utilizando $\phi_0(t)$ y $\phi_1(t)$) de la función de pulso unitario $p(t)$ que es igual a 1 para $(0 \leq t \leq 1)$ y 0 en el resto de los casos?

2. AM y muestreo (DSPFirst 4.6)

3. Frecuencia, muestreo y velocidad de bits

El límite de alta frecuencia de la capacidad auditiva del ser humano alcanza aproximadamente los 20.000 Hz, pero los estudios han demostrado que para que un discurso sea inteligible basta con obtener frecuencias de hasta 4.000 Hz.

- (a) Justifique por qué la velocidad de muestreo de un disco compacto de audio (CD) es 44,1 kHz.
- (b) ¿Qué es la tasa de Nyquist para comunicaciones fiables? ¿Por qué cree que nuestra voz suena distinta por teléfono y en persona?

La velocidad de bits de un sistema se puede calcular con el siguiente método sencillo:

$$\text{velocidad de bits} = (\text{velocidad de muestreo}) (\text{número de bits por muestra})$$

- (c) Suponga que un discurso inteligible requiere 7 bits por muestra. Si el sistema de teléfono está diseñado para satisfacer los requisitos del discurso (como en este caso), ¿cuál es la velocidad de bits máxima admisible en la línea telefónica? A la luz de los resultados, ¿cree que los módems de ordenador (no los módems de cable, RDSI o DSL) conseguirán velocidades mayores?
- (d) Los CD utilizan 16 bits por muestra. ¿Cuál es la velocidad de bits de la música que proviene de un CD? ¿La conexión por módem es lo suficientemente rápida para soportar el audio con calidad de CD?

4. Conversión D-C no ideal (DSPFirst 4.8)

5. Representación de frecuencias irracionales (problema adicional para el curso MAS.510)

Más adelante en el curso describiremos cómo si una señal es periódica con respecto al tiempo, será discreta en cuanto a la frecuencia, y viceversa. A primera vista, la figura 3.17 parece no cumplir esta afirmación; no obstante, si la estudiamos detalladamente vemos que no es así. Analicemos qué ocurre.

Considere las siguientes señales

$$x(t) = 2 \cos(10\pi\sqrt{8}t) + 3 \cos(30\pi\sqrt{27}t)$$

$$y(t) = 2 \cos(10\pi t) + 3 \cos(30\pi t)$$

- (a) Represente las dos señales en dominio de tiempo en la misma página.
- (b) Represente las dos señales en dominio de frecuencia utilizando la función `stem` de MATLAB. ¿Es $x(t)$ realmente discreta en el dominio de frecuencia? ¿Cuál es la aproximación del ordenador a las frecuencias irracionales?