

Capítulo 10: hologramas de “Leith & Upatnieks” fuera de eje

Muchas de las deficiencias de los hologramas en línea (de Gabor) se han superado gracias al acceso a una geometría fuera de eje que permite que los diferentes componentes de la imagen se separen y que, además, ha permitido que los sujetos opacos sean iluminados frontalmente. Estos descubrimientos los realizaron Emmett Leith y Juris Upatnieks, en el laboratorio de óptica y radar de los laboratorios Willow Run de la Universidad de Michigan. Leith y Upatnieks estaban trabajando en el procesamiento de datos ópticos para una nueva forma de radar de exploración lateral de alto secreto, cuando descubrieron que sus imágenes eran tridimensionales. En seguida se dieron cuenta de que habían redescubierto las ideas de Gabor sobre holografía.

Alrededor de 1962 se comercializaron los primeros láser de Helio-Neón y Leith y Upatnieks comenzaron a realizar hologramas más ambiciosos, desplazando lentamente el haz de referencia contra el lateral y dividiendo el rayo láser para que iluminase el objeto^{1,2}. Finalmente, realizaron algunos hologramas lo suficientemente grandes (100 mm x 125 mm) como para ser visibles a los ojos y, en 1964, sorprendieron a todos los presentes en la reunión anual de la *Optical Society of America* con un holograma increíblemente intenso de un modelo de cobre de una locomotora a vapor³.

Un montaje típico es el que se muestra en el margen derecho. La mayoría de la luz que atraviesa el divisor de haces para iluminar el objeto y la luz que se refleja de forma difusa – el “haz del objeto” – golpea la placa fotosensible. Si el fenómeno se limitara a esto, solamente conseguiríamos una placa velada. Sin embargo, una cantidad relativamente pequeña de luz láser es reflejada y expandida para formar el “haz de referencia”, que se superpone al haz del objeto en la placa para producir el patrón holográfico de interferencia. Después de la exposición y el procesamiento, la placa (que en este momento se llama “holograma”) se vuelve a colocar en su lugar y se ilumina con una luz láser expandida, generalmente con el mismo ángulo y divergencia que el haz de referencia. La difracción del haz de iluminación produce muchos componentes de frente de onda, incluyendo uno que reproduce las ondas del objeto, en el lugar donde se produce la reconstrucción tridimensional. En este momento, los distintos componentes están separados por ángulos que son comparables al ángulo del haz de referencia, por lo que ya no están superpuestos y hay una visión más clara de la escena.

Implicaciones de la holografía fuera de eje: el espectacular aumento del ángulo que se encuentra entre el haz de referencia y el haz del objeto conlleva muchas e importantes consecuencias:

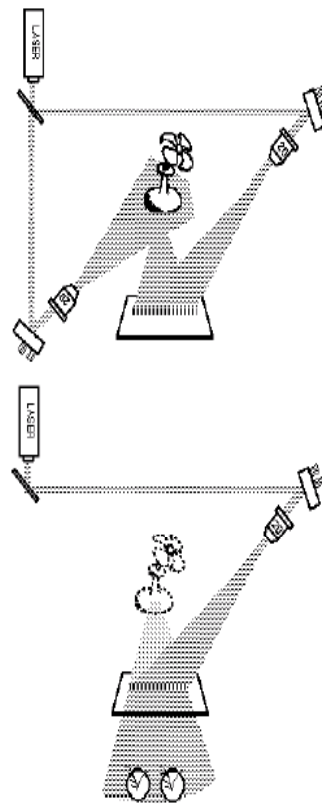
Separación de los términos de la imagen- Debido a que existe un ángulo bastante amplio entre el haz del objeto y el de referencia, la imagen conjugada estará bien separada de la imagen verdadera y puede que incluso sea evanescente. Además, probablemente, el rayo directo que atraviesa el componente de orden cero, no será visible a los ojos del observador. La habilidad para ver con claridad una imagen intensa tridimensional de alto contraste y alta resolución ha logrado cambiar de la noche a la mañana el interés del público por la holografía.

Franjas mucho más finas- El ángulo medio grande significa que las franjas de interferencia serán mucho más finas, generalmente más de 1000 franjas/mm². Una película fotográfica convencional puede resolver detalles de hasta unos 100 ciclos/mm², por lo que en holografía son necesarias películas de granos ultra finos. Los materiales holográficos convencionales poseen granos con una media de 35 nm. de diámetro, comparados con los 1000 nm. de las películas fotográficas convencionales (un ratio de volumen de uno por 23.000). Lamentablemente, la sensibilidad de las emulsiones se reduce rápidamente con la disminución del tamaño del grano y la tasa ASA equivalente de la emulsión 8E75-HD que utilizamos es aproximadamente de 0,001. Esto significa que los tiempos de exposición serán bastante largos, generalmente sufrirán un incremento de hasta diez segundos o más.

Otro resultado es que la distancia entre las franjas será menor (estarán, más o menos, a un micrón de distancia) que el grosor de la capa de emulsión (generalmente, entre cinco y siete micrones), por lo que los efectos de difracción del volumen serán más evidentes. Para la mayor parte, esto asciende a una sensibilidad modesta en la dirección de la iluminación, pero también permite que se alcancen rendimientos de difracción superiores con el procesamiento adecuado. Al mismo tiempo, los pequeños defectos en el procesamiento (en particular durante el secado) se hacen más aparentes en el caso de que produzcan un esqueleto mecánico en la emulsión y una distorsión de las estructuras de franjas del tipo de persiana veneciana.

© S.A. Benton 2002 (impreso el 2/7/02)

Se requiere una mayor estabilidad de la exposición- las franjas más finas indican que el material de grabación debe permanecer inmóvil con un margen de tolerancias mucho mayor durante la exposición. La sensibilidad menor (comparada con las emulsiones de menor resolución) significa que esas exposiciones serán bastante prolongadas. Además, debido a que el divisor de haces separa las trayectorias de los haces, las vibraciones de los espejos no se cancelan en los dos haces, por lo que el montaje es más vulnerable a los ruidos y los golpes. Además, cualquier elemento



que refleja un rayo (incluyendo el objeto) necesita moverse solamente un cuarto de longitud de onda para producir un desplazamiento de posición de franja de una mitad de ciclo, que lava las franjas durante la exposición.

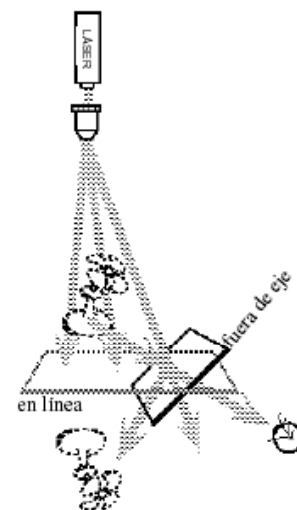
Iluminación frontal de objetos- Debido a que estamos reflejando luz a partir de grupos bastante profundos de objetos comunes difusamente reflectantes, surgen dos cuestiones más:

La longitud coherente: Si coinciden las longitudes del objeto y de las trayectorias del haz de referencia para la luz que se refleja desde la parte frontal del objeto, no coincidirán en el caso de la luz reflejada desde la parte posterior por una distancia equivalente al doble de la profundidad de la escena. Es posible que esta distancia sea mayor que la “longitud coherente” de la luz procedente del láser que se ha utilizado, que puede ser de únicamente uno o dos centímetros. Además, el pronunciado ángulo del haz de referencia significa que la longitud del haz de referencia también experimentará una variación a lo largo de la anchura de la placa.

La depolarización: la interferencia solamente tiene lugar entre haces con grado de polarización similar. Los campos eléctricos tienen que ser paralelos para poder añadir o sustraer. La reflexión difusa (como, por ejemplo, la que proviene de la pintura mate) “mezcla” la polarización de un rayo de tal forma que la mitad de la luz del objeto simplemente revela la placa y pasa a la exposición holográfica.

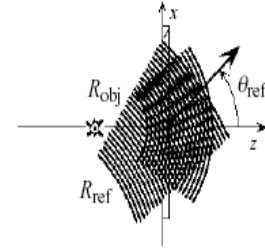
Efectos del ratio del haz- Puesto que generalmente podemos ajustar el “ratio de separación” de transmisión-reflexión del divisor de haces, podemos ajustar el ratio de las intensidades del haz de referencia al haz del objeto, K , para cualquier número deseado. Esto nos permite aumentar la eficiencia de difracción del holograma (la luminosidad de la imagen) más o menos hasta donde se desee, hasta el máximo permitido por la placa y el procesamiento. Generalmente, utilizaremos una K de valores comprendidos entre 5 y 10. Esto producirá unas eficiencias de difracción de hasta un 20% con el proceso de “blanqueo”. Sin embargo, a medida que aumenta la intensidad del haz del objeto en relación al haz de referencia, lo que supone una disminución del valor de K , surgen términos de ruido adicional causados por la propia interferencia del objeto. Estos se convierten en la tercera potencia de la eficiencia de difracción y, a menudo, la reducción del contraste de la imagen es el límite práctico procedente de la reducción de K . Además, dado que la placa solamente captura una pequeña fracción de la luz del objeto, si se aumenta la separación del haz al objeto aumenta la cantidad de luz que se desperdicia y, por lo tanto, aumenta de forma significativa el tiempo de exposición. Los tiempos de exposición prolongados producen a menudo hologramas tenues debido al “desplazamiento” mecánico en el sistema, lo que desafía al propósito de disminuir el valor de K

Sensibilidad superior del ancho de banda de iluminación: Aunque la elección de fuera de eje aumenta la sensibilidad a un ancho de banda espectral de la fuente (ya que estamos viendo la borrosidad espectral en mayor medida casi lateral), también disminuye la sensibilidad al tamaño



de fuente vertical, una característica que será útil en el caso de los hologramas que sea vistos con luz blanca. Sin embargo, este es solamente un efecto $\cos\theta$, no muy fuerte.

Relación con la holografía en línea: Los observadores que fueron meticulosos en la práctica 4 se habrán fijado ya en algunas de las características de la holografía de transmisión fuera de eje próxima a los bordes de sus hologramas de “Gabor” en línea. En los bordes de la placa, el ángulo entre los haces de los objetos y el haz de referencia no disperso es lo suficientemente grande como para separar las diferentes imágenes reales y/o virtuales, de tal forma que sea posible ver cada una de ellas más o menos por separado. A cambio, esto supone una (probable) disminución en la eficiencia de difracción correspondiente al patrón de interferencia más fino (recuerde que no es una tabla flotante), y una mayor borrosidad en la visualización con luz blanca. Si imagina la inclinación de una placa que se encuentra alejada del ZFP del LASER en línea fuera de eje de un holograma de Gabor, consigue un holograma fuera de eje (excepto por la separación de la división del haz correspondiente haz de referencia y al haz de iluminación del objeto). De lo anteriormente expuesto podemos deducir que en realidad no nos hallamos frente a conceptos físicos, aunque sus implicaciones pueden diferir bastante.



✧

Interferencia y difracción en hologramas fuera de eje

Deberíamos comenzar repitiendo el mismo proceso que realizamos para el holograma en eje: estudie las huellas de fase de las dos ondas implicadas (sirviéndose de un único punto como “sustituto” del objeto tridimensional) y, continuando con el patrón de interferencia y la transmitancia, añada la iluminación y estudie los términos de salida para posibles supuestos. En su lugar, nos acogemos a la ecuación de fase maestra de holografía como método fácil y rápido.

Comenzamos definiendo términos. El haz de referencia aparece en algún ángulo (para conveniencia, en este ejemplo es positivo), y el haz del objeto estará en eje. Como regla, el radio de curvatura del haz de referencia será mucho mayor que el del objeto, pero este no tiene por qué ser el caso siempre que la intensidad del haz de referencia sea lo suficientemente uniforme a lo largo de la placa.

Huella de fase de las ondas de salida: la huella de fase (los primeros términos) de una onda esférica fuera de eje se explicó en el Cap. 9 (Ec. 3), y en el lenguaje actual se traduce como:

$$\phi_{\text{ref}}(x, y) = \phi_0 + \frac{2\pi}{\lambda_1} \sin \theta_{\text{ref}} x + \frac{\pi}{\lambda_1} \left(\frac{\cos^2 \theta_{\text{ref}}}{R_{\text{ref}}} x^2 + \frac{1}{R_{\text{ref}}} y^2 \right). \quad (1)$$

Por comparación, la huella de fase de la onda de un objeto puntual en eje debería resultarle familiar a estas alturas (observe que $\cos^2 \theta_{\text{obj}}=1$):

$$\phi_{\text{obj}}(x, y) = \phi_1 + \frac{\pi}{\lambda_1 R_{\text{obj}}} (x^2 + y^2). \quad (2)$$

Sólo nos falta conocer el haz de referencia, que de nuevo será una onda esférica fuera de eje, con una huella de fase de la misma forma general que la onda de referencia:

$$\phi_{\text{ilu}}(x, y) = \phi_2 + \frac{2\pi}{\lambda_2} \text{sen} \theta_{\text{ilu}} x + \frac{\pi}{\lambda_2} \left(\frac{\cos^2 \theta_{\text{ilu}}}{R_{\text{ilu}}} x^2 + \frac{1}{R_{\text{ilu}}} y^2 \right). \quad (3)$$

A continuación, nos acogeremos a la ley fundamental de holografía de adición de fase, mencionada por primera vez en el Cap. 7 (“Holografía platónica”):

$$\phi_{\text{fuera},m}(x, y) = m(\phi_{\text{obj}}(x, y) + \phi_{\text{ref}}(x, y)) + \phi_{\text{ilu}}(x, y), \quad (4)$$

donde cada una de las ondas de salida posee su propio ángulo de inclinación y radio de curvatura,

$$\phi_{\text{fuera},m}(x, y) = \phi_3 + \frac{2\pi}{\lambda_2} \text{sen} \theta_{\text{fuera}} x + \frac{\pi}{\lambda_2} \left(\frac{\cos^2 \theta_{\text{fuera}}}{R_{\text{fuera},x}} x^2 + \frac{1}{R_{\text{fuera},y}} y^2 \right). \quad (5)$$

Solamente nos quedaría por establecer una correspondencia por separado entre los coeficientes de los términos lineales en x y los términos cuadráticos en x e y (por supuesto, no prestaremos atención a los términos de fase constante). Esto produce los resultados que caracterizan a la onda de salida:

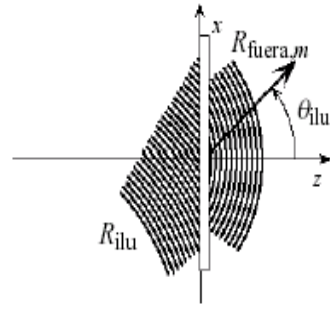
$$\text{sen} \theta_{\text{fuera},m} = m \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left((\text{sen} \theta_{\text{obj}} = 0) - \text{sen} \theta_{\text{ref}} \right) + \text{sen} \theta_{\text{ilu}} \quad (6)$$

$$\frac{\cos^2 \theta_{\text{out},m}}{R_{\text{out},m,x}} = m \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(\frac{1}{R_{\text{obj}}} - \frac{\cos^2 \theta_{\text{ref}}}{R_{\text{ref}}} \right) + \frac{\cos^2 \theta_{\text{ill}}}{R_{\text{ill}}} \quad (7)$$

$$\frac{1}{R_{\text{out},m,y}} = m \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(\frac{1}{R_{\text{obj}}} - \frac{1}{R_{\text{ref}}} \right) + \frac{1}{R_{\text{ill}}} \quad (8)$$

Observe que éstas son solamente las ecuaciones que ya conocemos de “ $\text{sen} \theta$ ” y “ $1/R$ ” y alguna nueva adición, como la ecuación “coseno al cuadrado (sobre R)” para el radio de curvatura de la onda de salida en dirección a x .

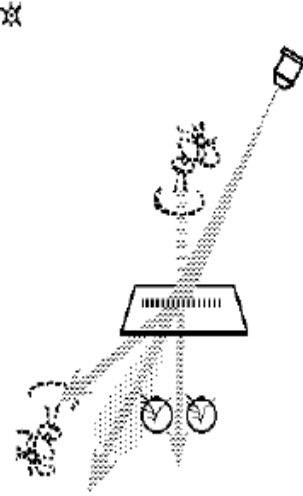
Reconstrucción perfecta: Observe que si tenemos de nuevo $\lambda_2 = \lambda_1$, $R_{\text{ilu}} = R_{\text{ref}}$ y $m = +1$, conseguimos una “reconstrucción perfecta” en tanto que $\theta_{\text{fuera}} = 0^\circ$, y $R_{\text{fuera},x} = R_{\text{fuera},y} = R_{\text{obj}}$. Es decir, la imagen estará ubicada en el mismo lugar que el objeto, que será verdadero para cada punto en el objeto.



La imagen conjugada: dejemos las cosas sobre la iluminación tal como están, pero estudiemos por un momento $m = -1$ o la imagen “conjugada”. Observe que el ángulo del haz de salida es ahora:

$$\theta_{-1} = \text{sen}^{-1}(2 \text{sen } \theta_{\text{ref}}), \quad (9)$$

y que no existe si el haz de referencia es igual o superior a 30° (es decir, la onda será evanescente). Este es el caso habitual en la holografía fuera de eje: los ángulos de referencia típicos son de 45° ó 60° . Es posible que hagamos, de forma deliberada, algunos hologramas con ángulo de referencia plano solamente para que sea más fácil ver la imagen conjugada. En su lugar, normalmente visualizamos la imagen conjugada iluminando el holograma desde el otro lado del eje z , con $\theta_{\text{ilu}} \approx \theta_{\text{ref}}$ (de tal forma que la imagen conjugada venga en eje), o, de forma más habitual, iluminando a través de la parte posterior de la placa con $\theta_{\text{ilu}} \approx \pi + \theta_{\text{ref}}$, (sobre lo que se comentará algo en próximos capítulos).



Si de verdad existe la imagen conjugada, es muy probable que se trate de una imagen real. En primer lugar, tenga en cuenta el radio de curvatura y (siendo $\lambda_2 = \lambda_1$, $R_{\text{ilu}} = R_{\text{ref}}$ y $\theta_{\text{ilu}} = \pm \theta_{\text{ref}}$ para simplificar):

$$R_{-1,y} = -R_{\text{obj}} \left(\frac{\frac{R_{\text{ref}}}{R_{\text{obj}}}}{\frac{R_{\text{ref}}}{R_{\text{obj}}} - 2} \right). \quad (10)$$

La imagen conjugada será real, siempre y cuando el punto de referencia esté a más del doble de distancia que el objeto. De lo contrario, será una imagen virtual que aparecerá más allá de la fuente de iluminación. Considere ahora la curvatura:

$$R_{-1,x} = -\cos^2 \theta_{-1} R_{\text{obj}} \left(\frac{\frac{R_{\text{ref}}}{R_{\text{obj}}}}{\frac{R_{\text{ref}}}{R_{\text{obj}}} - 2 \cos^2 \theta_{\text{ref}}} \right). \quad (11)$$

Observe que, en general, es muy diferente de la curvatura y . Es posible que incluso tenga un signo diferente. Este es nuestro primer contacto real con el temido *astigmatismo*, que nos perseguirá como una plaga el resto del semestre. Esto quiere decir que los rayos que convergen en el enfoque de la imagen real con forma de punto, cruzarán primero en la dirección x y, posteriormente, en la dirección y . (como regla). En general, en el siguiente paso tendremos que tratar por separado los enfoques x e y del holograma. Dado que la dirección x será normalmente vertical, la llamaremos la imagen de enfoque vertical (o enfoque *tangencial*, en términos convencionales de diseño de lentes). Por consiguiente, el enfoque y es la imagen de enfoque horizontal (o enfoque *sagital*).

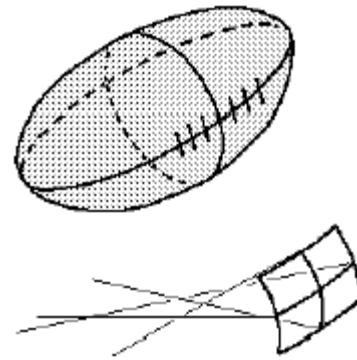
Imágenes de orden superior:

Observe que, si el término $m = -1$ es evanescente, el término $m = +3$ generalmente será también evanescente, así como todos los términos de órdenes superiores (suponiendo que $\theta_{out,+1} \approx 0^\circ$). Algunos de estos términos de orden superior pueden observarse manipulando el ángulo de iluminación y/o la longitud de onda. Estos términos se formarán más cerca del holograma, justo como para el holograma en línea y se rigen por las mismas reglas (al menos para el frente de onda y la curvatura y).

Reconstrucción imperfecta – ¡astigmatism! :

Considere de nuevo el término $m = +1$ o la imagen “real”; observe que si la onda de iluminación no es una réplica perfecta de la onda de referencia (es decir, tiene una longitud de onda, ángulo o divergencia diferente), la onda de salida no será una réplica perfecta de la onda esférica creada por el objeto puntual. De hecho, probablemente no será una onda esférica. Los radios de curvatura para las reconstrucciones imperfectas en las direcciones x e y , proporcionados por las ecuaciones 7 y 8 serán diferentes y , a menudo, considerablemente diferentes.

Resulta difícil acostumbrarse a pensar en frentes de onda astigmáticos y haces de rayos astigmáticos. Intentaremos que estos conceptos queden claros. La forma de un frente de onda con diferentes curvaturas en dos direcciones perpendiculares es parecida a la de la superficie de un balón de rugby, en el sitio por donde normalmente lo agarra un jugador (cerca de las costuras). Tiene un pequeño radio de curvatura alrededor de la cintura del balón y un radio de curvatura amplio de extremo a extremo. Si trata de enfocar esta onda en una cartulina para ver qué tipo de fuente la produjo, lo primero que verá será una línea vertical, a continuación un círculo, y seguidamente una línea horizontal a medida que pasa la cartulina del primer centro de curvatura al segundo. Muchas personas padecen astigmatismo (generalmente, a causa de una córnea no esférica) y tienen un componente de



lente cilíndrica en su receta médica para restablecer un enfoque nítido.

Si se piensa en esto en términos de rayos, una fuente puntual produce un haz de rayos *estigmático* (término que proviene de la palabra griega que significa punción de alfiler o marca de tatuaje), un haz de rayos que parece haber atravesado un único punto en el espacio. En su lugar, un haz de rayos *astigmático* (no estigmático) parece haber atravesado dos rendijas cruzadas que, de alguna forma, están separadas. La curvatura en las dos direcciones es igual a la distancia a la rendija perpendicular y los rayos no tienen un punto de origen común.

Haremos todo lo posible para visualizar en clase haces de rayos astigmáticos. Ningún boceto bidimensional le puede hacer justicia al fenómeno. Además de hacer borrosa una imagen enfocada, el efecto visual normal es que la distancia de una imagen parece ser diferente dependiendo de la dirección en la que movamos nuestra cabeza (de lado a lado versus de arriba a abajo).

Curiosamente, existen algunas condiciones de iluminación imperfecta que no producen astigmatismo. Se obtiene una condición fácil de derivar si el objeto y la imagen son perpendiculares a la placa y si:

$$\frac{\sin^2 \theta_{\text{ilu}}}{R_{\text{ilu}}} = \frac{\sin^2 \theta_{\text{ref}}}{R_{\text{ref}}} . \quad (12)$$

Otro caso, que será de cierto interés práctico más adelante, tiene lugar cuando únicamente cambia la distancia a la fuente de iluminación. Si los ángulos del objeto y de la imagen son iguales y opuestos a los ángulos de referencia y de iluminación (también iguales), no existirá astigmatismo para ningún par de distancias de referencia y de iluminación. Es decir, todos los términos de \cos^2 en la ecuación 7 son iguales y, por lo tanto, se dividen.

Si es fotógrafo, es posible que también se haya encontrado con lentes denominadas *anastigmat*. El nombre proviene del término griego para “otra vez” y “punción de alfileres” o “similar a un punto”, que únicamente quiere decir que las lentes producen con toda seguridad un enfoque de onda esférica especialmente nítido.

El astigmatismo será un efecto mucho mayor cuando tratemos la proyección de una imagen real en próximos capítulos y la estudiemos en detalle. Por ahora, nos contentaremos con los ejemplos que se proporcionan al final del capítulo. Sus efectos en la reconstrucción de la imagen virtual son normalmente tan débiles que se podría decir que son casi invisibles, pero, en principio, es importante entender el astigmatismo, incluso en estos momentos. Aunque parezca raro, no es un tema muy debatido o apreciado en la literatura holográfica, aunque los investigadores se dieron cuenta de su existencia en los comienzos de la historia de la holografía^{4,5}.

Modelos para los hologramas fuera de eje

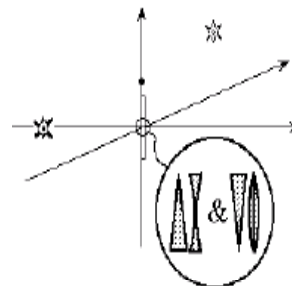
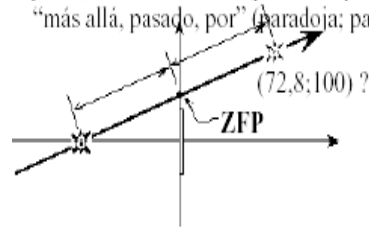
A primera vista, las tres ecuaciones que describen la formación de una imagen por un holograma fuera de eje parecen muy opacas, aunque poco a poco y a medida que pase el semestre se irá familiarizando con ellas. Mientras tanto, puede resultar interesante dibujar algunos modelos físicos sencillos para describir las propiedades ópticas de los hologramas fuera de eje. Estudiaremos dos de esos modelos. El primero es un “hombre de paja” intencionado que en principio atrae por su sencillez pero que resulta poco definido. Solamente se puede utilizar para un primer juicio aproximado de racionalidad física.

Placa de la zona fuera de eje:

Hemos visto que el holograma fuera de eje puede ser considerado como un caso extremo de un holograma en eje, o al menos de forma conceptual. Entonces, ¿por qué no podemos aplicar el mismo modelo de placa de zona Gabor, utilizando un trazado de rayos simple a través de las marcas clave, como por ejemplo el punto de frecuencia cero o la huella cero? Dicho modelo puede ser parecido a un boceto que muestre un haz de iluminación colimado en 20° , que es de suponer que es el mismo ángulo que el del haz de referencia. Si el objeto se halla a 100 mm. de la placa, la huella cero estará a 36.4 mm. sobre el eje. La distancia desde el holograma a los enfoques real y virtual debe tener la misma iluminación colimada, por lo que se predice que la imagen real es $(x,z)=(72,8;100)$. Una ubicación mejor calculada es $(68,4; 72,9)$, lo que supone una diferencia significativa. ¿Cuál es el problema con el modelo de la placa de zona de Gabor en este momento? Recuerde que nuestro análisis, que denominamos “análisis paraxial”, presupone que los rayos que interesan viajan cercanos al eje óptico de la placa de zona y en ángulos pequeños en relación con ésta. Pero para un holograma fuera de eje, los rayos de interés atraviesan el centro del holograma, que se encuentra alejado de la huella cero y del eje óptico de la placa de zona. Las aberraciones fuera de eje y de ángulo grande se han vuelto demasiado grandes como para predecir algo de forma precisa que no sea la ubicación de la imagen virtual en una reconstrucción casi perfecta.

Modelo prisma + lente (red + placa de zona): Lo que nos dicen las ecuaciones $\sin\theta$ y $1/R$ para la imagen $m = +1$ es que la luz se enciende al alcanzar el holograma; como si éste fuese desviado por una red de difracción (o su equivalente refractivo, un prisma con la base hacia abajo), y posteriormente enfocado (bien, divergido) por una placa de zona de Gabor en eje (o su equivalente, una lente negativa o cóncava doble). Por otra parte, la imagen $m = -1$ es desviada

para-[1] l. prefijo que aparece en préstamos lingüísticos del griego, con los significados de “en o a un lado de, junto, al lado del otro” (parábola; párrafo), “más allá, pasado, por” (paradoja; paragoge).



en la dirección opuesta (la orden opuesta de la imagen o un prisma de base hacia arriba) por la potencia opuesta de la placa de zona (o su equivalente, una lente positiva o convexa doble). Los prismas y lentes generan imágenes de orden superior, siempre emparejadas, y todas poseen múltiplos de la potencia de base. Los elementos de refracción parecen ser más fotogénicos que sus equivalentes en la difracción, por lo que a menudo realizamos bocetos de un holograma fuera de eje como combinación de dos pares de lente-prisma (en una óptica ideal el orden de estos elementos no tiene importancia). Al examinar el patrón de transmitancia, descubrimos un término de frecuencia espacial constante y un término con una frecuencia de variación lineal, que puede interpretarse como dos elementos difractados en tándem, exactamente como se sugiere en estos bocetos. Por consiguiente, este modelo nos acerca a la realidad matemática y física de los hologramas fuera de eje.

El enfoque en la dirección x es algo diferente, ya que existe cierto emparejamiento entre la potencia de la lente equivalente y del prisma equivalente, de tal forma que la propia lente tiene curvaturas diferentes en dos direcciones, de la misma forma que las tendría una lente diseñada para corregir la visión astigmática. Resulta difícil describir la apariencia de una imagen enfocada de forma astigmática. Para una imagen enfocada en una cartulina, las líneas horizontales y verticales entrarán en un enfoque nítido a distancias ligeramente diferentes. La imagen de una antena – vista por el ojo en el espacio – puede dar la impresión de tener aumentos diferentes en las dos direcciones. Las implicaciones serán específicas del contexto, por lo que las exploraremos según vayan apareciendo en los sistemas de formación de imágenes holográficas.

La ecuación $\sin\theta$ es exacta; después de todo es una ecuación de trazado de rayos. Pero las ecuaciones de enfoque solamente son válidas para variaciones pequeñas de ángulo o de posición alrededor del componente trazado de forma precisa por medio del trazado de rayos. Este análisis lo denominamos como análisis del tipo “parabasal”, haciendo referencia a un tipo de análisis que es únicamente válido en la cercanía matemática del “rayo basal”, el cual es trazado a través de la parte del holograma de interés, aún cuando ese rayo se aleja del eje z y posee muchas curvas de ángulos amplios.

Aumento de la imagen

Ahora que hemos descubierto las ubicaciones de la imagen de forma bastante precisa, todo lo que queda por descubrir para finalizar nuestra caracterización de los hologramas fuera de eje como sistemas de formación de imágenes tridimensionales son los aumentos de las imágenes.

Aumento longitudinal:

Observe que la ecuación “1/R” es la misma para los hologramas fuera de eje, y recuerde que esta es la ecuación que determina el aumento longitudinal. De este modo se aplica la misma ecuación (que se deduce del derivado de R_{fuera}), pero en esta ocasión da en términos de curvaturas de frentes de onda:

$$AUM_{\text{long}} = \frac{\Delta R_{\text{fuera}, m}}{\Delta R_{\text{obj}}} = m \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(\frac{R_{\text{fuera}, m}}{R_{\text{obj}}} \right)^2. \quad (13)$$

Solamente tenemos que señalar que los radios de curvatura se miden ahora a lo largo de una línea a través del centro del holograma y del objeto, que puede estar a una escala mayor que el eje z .

La ecuación de enfoque- x o “ \cos^2 ” desplaza las imágenes de su alrededor y cambia su aumento. Aplazaremos la discusión de la relación exacta hasta la publicación de próximos borradores de estos apuntes.

Aumento lateral:

En este caso, el enfoque de la amplitud angular es la única ayuda acerca del aumento lateral, puesto que ya no se aplica el método de “huella cero y rayo central”. Si recordamos los patrones de interferencia provocados por la luz proveniente desde la parte superior e inferior de una flecha a cierta distancia del holograma, la inclinación marcada del haz de referencia provoca que estos dos haces del objeto generen frecuencias espaciales ligeramente diferentes. Por consiguiente, la amplitud de los rayos de salida viene determinada por la diferencia en los ángulos de salida para las mismas frecuencias espaciales. Si recordamos el debate que precedió a la ecuación final del capítulo anterior, el aumento lateral se expresaría de la forma siguiente:

$$AUM_{\text{lateral}, x} = m \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{\cos \theta_{\text{obj}}}{\cos \theta_{\text{fuera}, m}} \frac{R_{\text{fuera}, m, x}}{R_{\text{obj}}}. \quad (14)$$

Este es el aumento en la dirección x y requiere conocer la distancia correspondiente de la imagen (o la curvatura del frente de onda). La difracción en la dirección y es analizada de forma menos clara desde nuestro punto de vista, pero la amplitud angular no depende de los ángulos implicados, por lo que las ecuaciones correspondientes son las siguientes (provisionalmente; todavía no han sido confirmadas de forma experimental):

$$\frac{\Delta \theta_{\text{fuera}, m, y}}{\Delta \theta_{\text{obj}}} = m \frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \quad (15)$$

$$AUM_{\text{lateral},y} = m \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{R_{\text{fuera},m,y}}{R_{\text{obj}}}$$

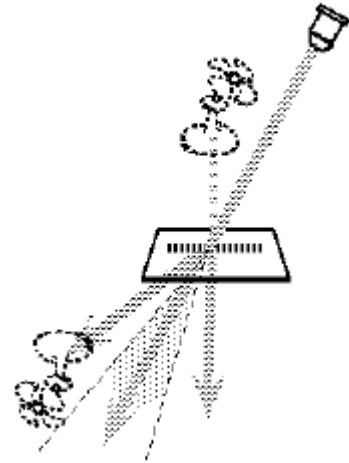
Ruido de intermodulación

Otro componente de la luz es lo que hemos venido denominando “luz halo”, que también se denomina “ruido de intermodulación” y “ruido dependiente de la forma del objeto”. Este produce un abanico difuso de luz alrededor del haz de orden cero, el haz de iluminación directo y atenuado. El hecho de que las no-linealidades en la respuesta de la emulsión sean muy fuertes también provoca la aparición de luz difusa en la imagen y alrededor de ésta, pero aquí nos concentraremos en el halo de luz alrededor del haz de orden cero y hallaremos las condiciones que hacen que no se superponga a la luz de la imagen. La pregunta clave es: “¿cuál es el ángulo del abanico de halo?”

El halo luminoso está provocado por la interferencia de la luz desde varios puntos del objeto. Hemos venido considerando el holograma como si existiese únicamente un punto del objeto en un momento dado. Cuando existen muchos puntos (que es el caso más frecuente), surgen franjas de interferencia gruesas de la interferencia que se da entre ellas. Dado que todos los puntos del objeto se encuentran, más o menos, a la misma distancia del holograma, las redes que produce la interferencia “intra-objeto” son de una frecuencia espacial aproximadamente constante a lo largo del holograma. Para hallar los límites del abanico de la luz halo, solamente necesitamos considerar la interferencia entre los puntos del objeto que se encuentren dispersos a una mayor distancia. Designamos el ángulo subtendido por el objeto como $\Delta\theta_{\text{obj}}$. Por lo tanto, suponiendo que el centro del objeto es perpendicular a la placa, la frecuencia espacial máxima de la red de interferencia intra-objeto (f_{IMN}) es:

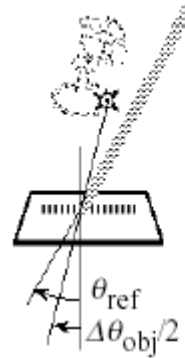
$$f_{\text{IMN}} = \frac{2 \operatorname{sen}\left(\frac{\Delta\theta_{\text{obj}}}{2}\right)}{\lambda_1} \quad (16)$$

Para evitar una superposición de la luz halo y de la luz de la imagen, solamente es necesario que la frecuencia espacial mínima de las redes de la imagen sea mayor que f_{IMN} . Esta relación se expresa de la forma siguiente:



$$\begin{aligned}
 f_{\text{obj-min}} &= \frac{\text{sen } \theta_{\text{ref}} - \text{sen} \left(\frac{\Delta \theta_{\text{obj}}}{2} \right)}{\lambda_1} \\
 &\geq \frac{2 \text{sen} \left(\frac{\Delta \theta_{\text{obj}}}{2} \right)}{\lambda_1}, \text{ o} \\
 \text{sen } \theta_{\text{ref}} &\geq 3 \text{sen} \left(\frac{\Delta \theta_{\text{obj}}}{2} \right).
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Por consiguiente, el tamaño, o mejor dicho, la apertura angular de un objeto, viene limitado por la elección del ángulo del haz de referencia, siempre que se pretenda evitar la superposición de la luz halo. Por ejemplo, si el objeto tiene una apertura angular de 30°, el ángulo del haz de referencia debe ser de al menos 51°. La intensidad de la luz halo disminuye suavemente desde el centro hasta los bordes del abanico, por lo que se pueden estrechar un poco más estas limitaciones antes de que la degradación de la imagen se haga demasiado visible. Sin embargo, existen otras muchas fuentes de dispersión que pueden mandar luz del haz de iluminación al área de la imagen, por lo que el control del halo es solamente una de las cuestiones a las que hay que prestar atención.



Conclusiones

Posiblemente, los hologramas fuera de eje requieren tres veces más ecuaciones que las redes de difracción, aunque conllevan los mismos principios y se ajusten a la misma lógica que comenzamos a desarrollar hace semanas. Comparados con los hologramas en línea, requieren una ecuación nueva, la ley de enfoque de “coseno al cuadrado” que describe el *astigmatismo* de la formación de imágenes holográficas fuera de eje. El astigmatismo tiene implicaciones mínimas para las imágenes virtuales, pero pronto deberán ser tratadas con mucho cuidado en el caso de las imágenes reales. A cambio de esta complejidad matemática, hemos pasado al dominio de los hologramas que producen imágenes tridimensionales realmente impresionantes

Referencias

1. E.N. Leith and J. Upatnieks, “Reconstructed wavefronts and communication theory,” J. Opt. Soc. Amer. **52**, págs. 1123-30 (1962).

2. E.N. Leith and J. Upatnieks, "Wavefront reconstruction with continuous-tone objects," J. Opt. Soc. Amer. **53**, págs. 1377-81 (1963).
3. E.N. Leith and J. Upatnieks, "Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects," J. Opt. Soc. Amer. **54**, págs. 1295-1301 (1964).
El famoso holograma "Train and Bird" (tren y pájaro) está expuesto en el museo del MIT.
4. R.W. Meier, "Magnification and third-order aberrations in holography," J. Opt. Soc. Amer. **55**, págs. 987-992 (1965).
5. A.A. Ward and L. Solymar, "Image distortions in display holograms," J. Photog. Sci. **24**, págs. 62-76 (1986).